

データサイエンス：ルー ビン因果推論

植野真臣
電気通信大学

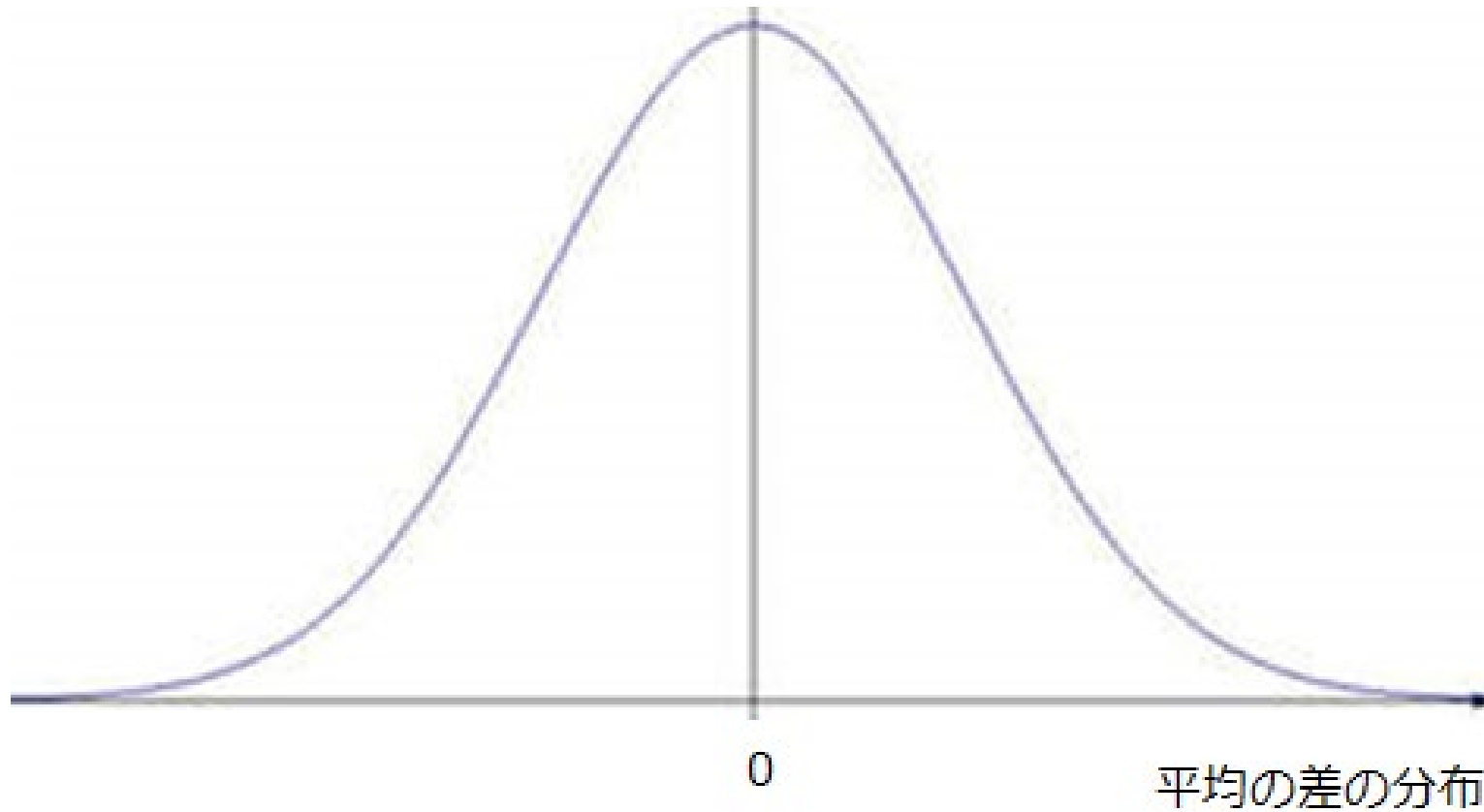
今後のスケジュール（予定）

- 4月13日 授業の概要とガイダンス
- 4月20日 ベイズの定理
- 4月27日 ベイズはどのように誕生したか？
- 5月11日 ベイズはコンピュータ、人工知能の父である！！
- 5月18日 アランチューリングとベイズ
- 5月25日 ビリーフとベイズ
- 6月1日 尤度と最尤推定(1)
- 6月8日 尤度と最尤推定(2)
- 6月15日 ベイズ推定と事前分布(1)
- 6月22日 ベイズ推定と事前分布（2）
- 6月 29日 国際会議でオンデマンド授業：ベイズ推定と事前分布（3）
- 7月6日 データサイエンス：ルービン因果推論
- 7月13日 テストのデータサイエンス
- 7月27日 ベイジアンネットワークと因果推論
- 8月3日 テストと総括

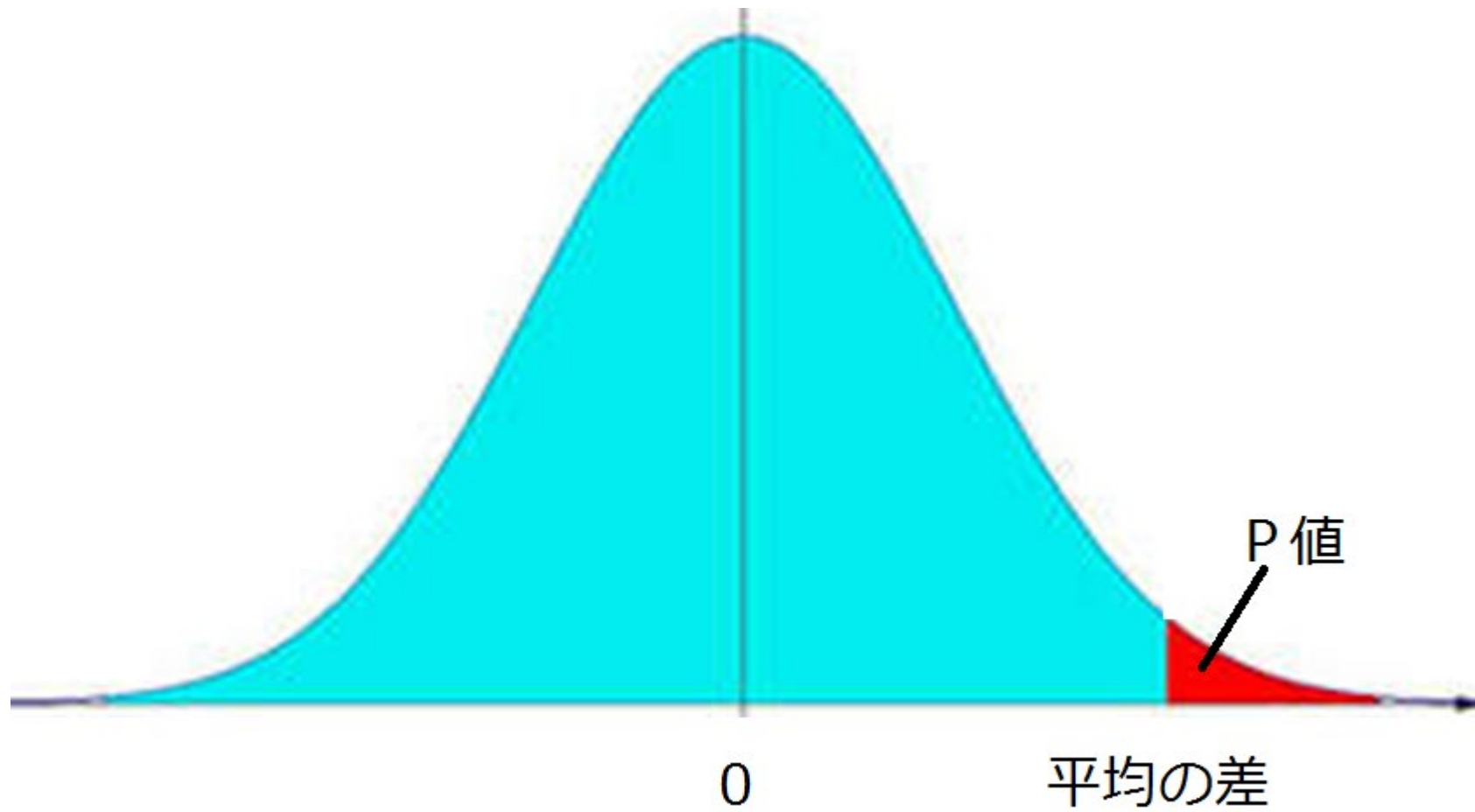
従来型統計的検定

帰無仮説に基づく因果推論
操作した群と操作なしの
2つの群の差異
→有意に差異があれば操作
が原因で結果を引起こす
ことが証明される

2グループが同一正規母集団から発生しているときの差異の分布



誤り確率をP値



検定とは

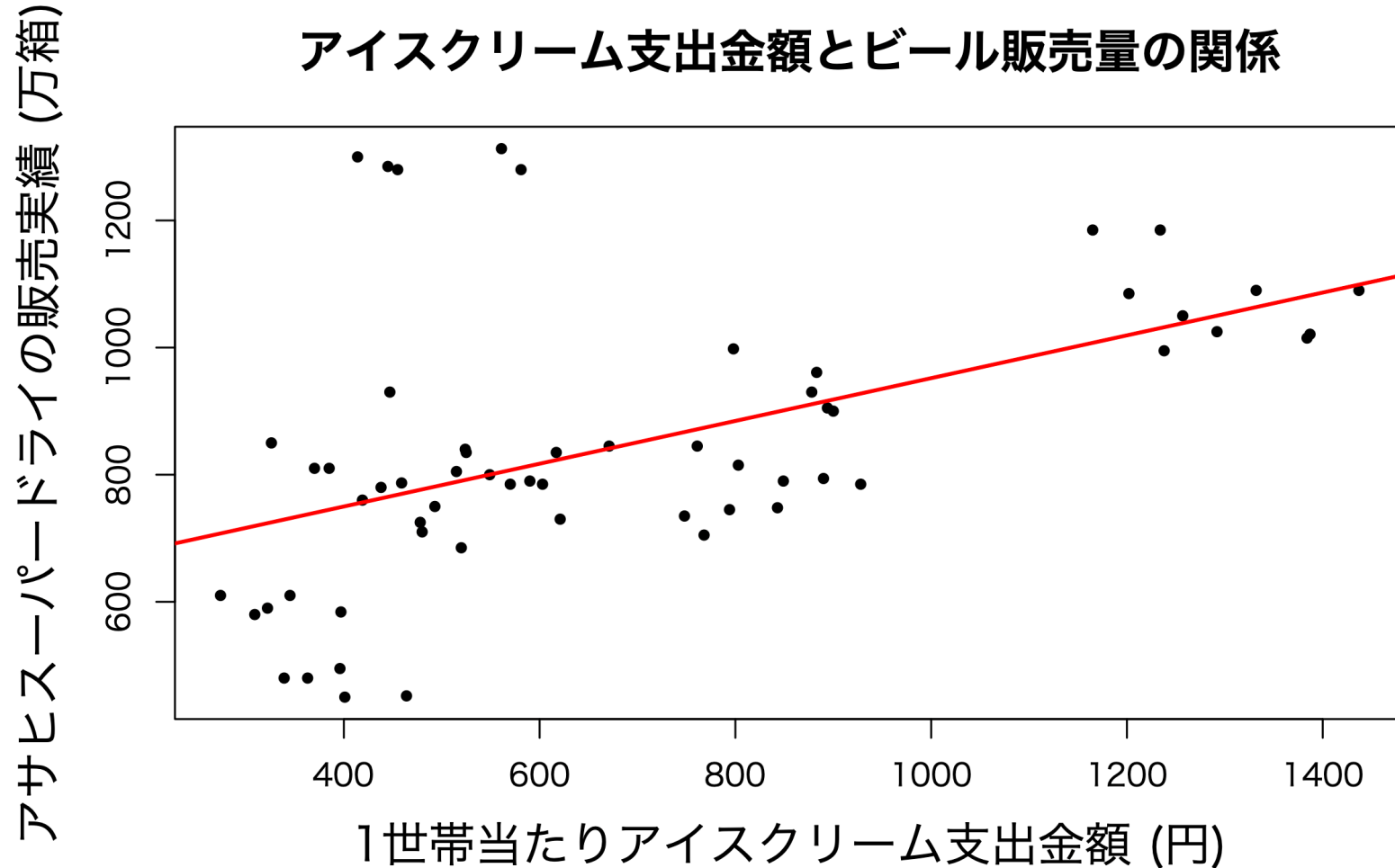
有意水準 $\alpha = 0.05$ などを設定し、 P が α 以下のときに仮説が棄却され、有意差があったと判定できる。

次の例

はすべて 帰無仮説検定における統計的
検定で 有意な因果が認められます。

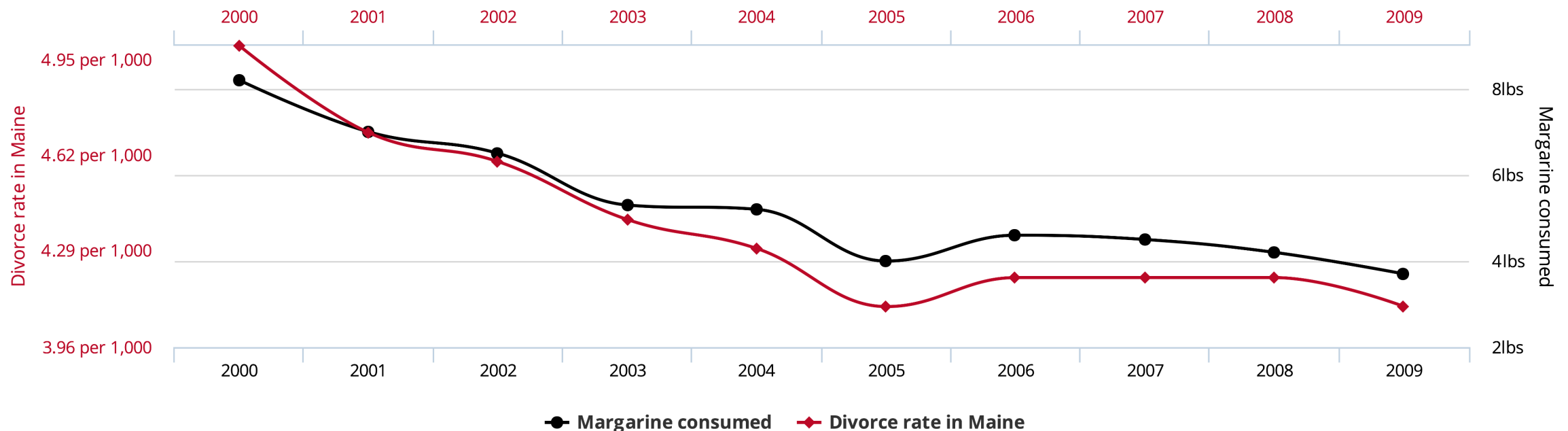
Bayesian Data Analysis, Andrew Gelman, John B. Carlin,
Hal S. Stern, David B. Dunson, Aki Vehtari, Donald B. Rubin,
Chapman and Hall/CRC 2013

アイスクリーム支出金額とビール販売量 共通要因



メイン州の離婚率と一人当たりマーガリンの消費量

Divorce rate in Maine correlates with Per capita consumption of margarine



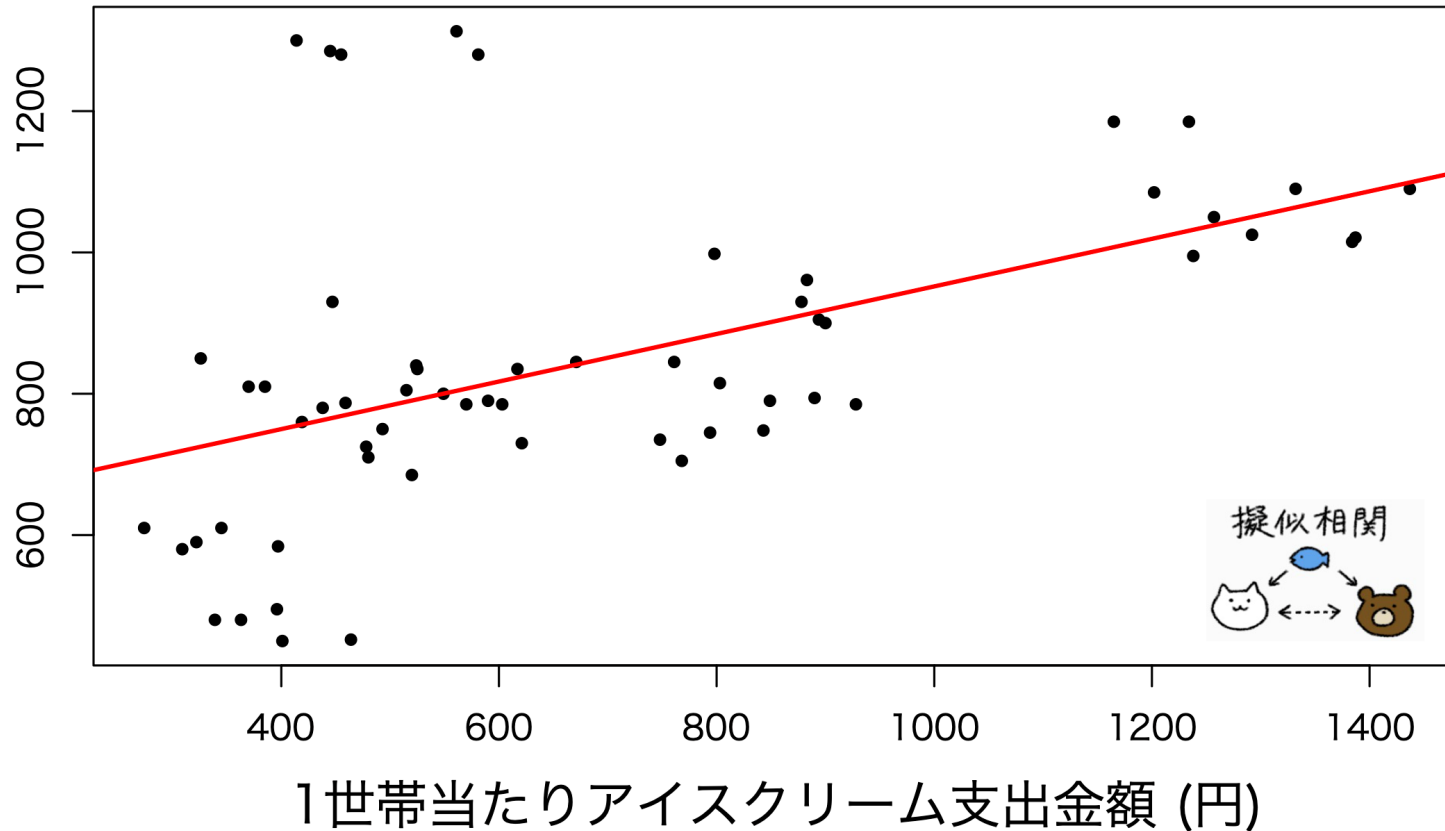
内生性 (endogeneity) の問題

- 内生性: **説明変数と誤差項間に相関**が存在
- 誤差項と相関のある説明変数: **内生変数** (endogenous variable)
- 内生性がある場合、推定値は一致推定量でも、不偏推定量でもない
- サンプルサイズをいくら増やしても無駄

アイスクリーム支出金額とビール販売量 共通要因 気温という変数が第三変数

アサヒスーパーボードライの販売実績 (万箱)

アイスクリーム支出金額とビール販売量の関係

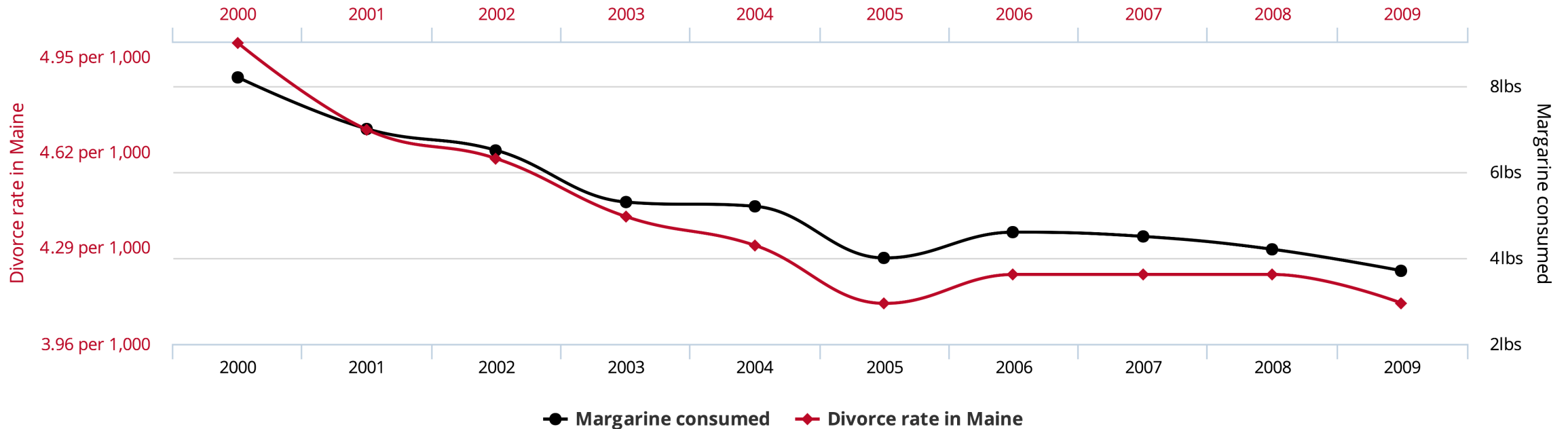


Bayesian Data Analysis, Andrew Gelman, John B. Carlin, Hal S. Stern, David B. Dunson, Aki Vehtari, Donald B. Rubin, Chapman and Hall/CRC 2013

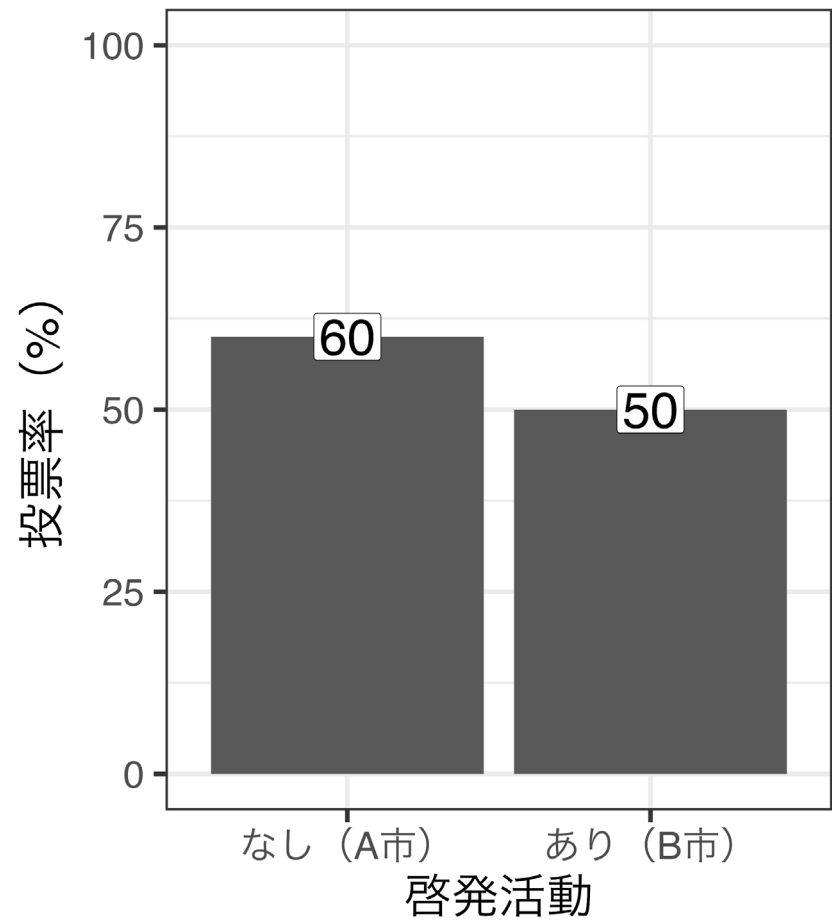
メイン州の離婚率と一人当たりマーガリンの消費量→ 偶然の一致

Bayesian Data Analysis, Andrew Gelman, John B. Carlin, Hal S. Stern, David B. Dunson, Aki Vehtari, Donald B. Rubin, Chapman and Hall/CRC 2013

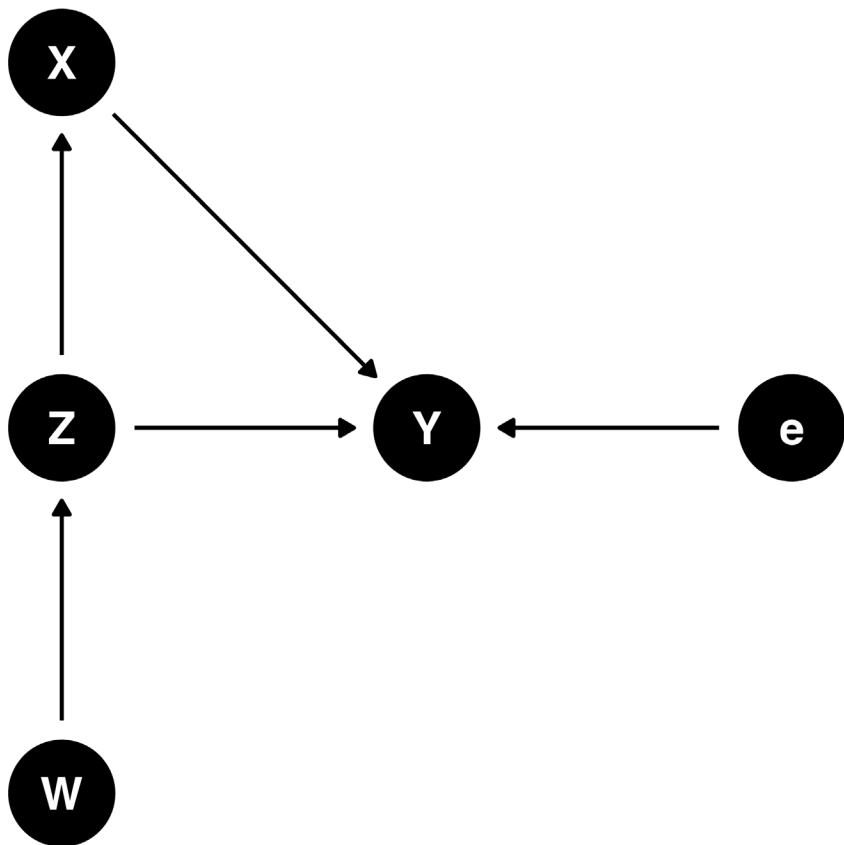
Divorce rate in Maine correlates with Per capita consumption of margarine



投票の啓発活動をするとう投票率が下がる？



グラフィカルモデル



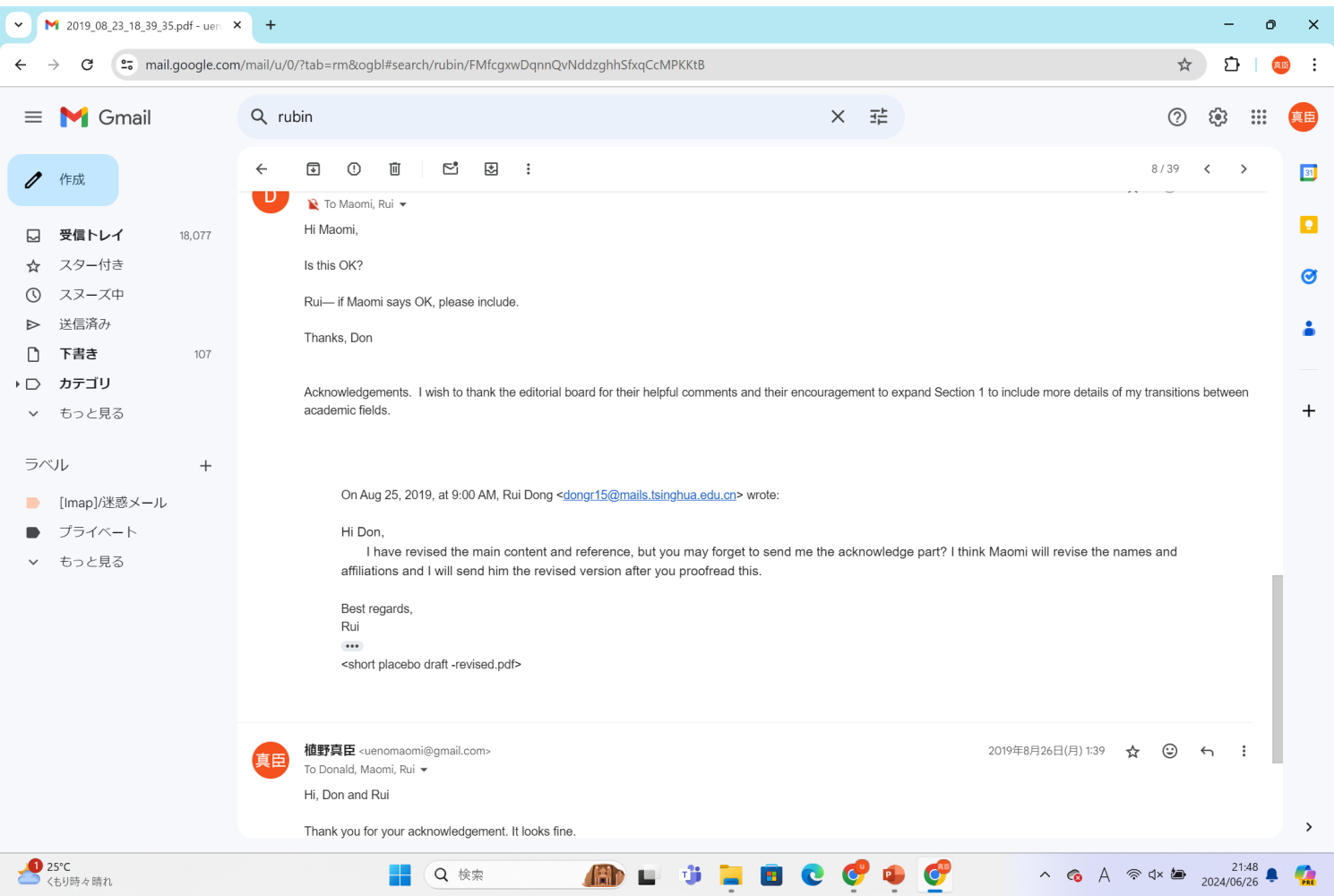
- Y : 投票率
- W : 若者の割合
- Z : これまでの投票率
- e : X と Z 以外に、 Y に影響を与える要因
- X : 啓発活動の有無

- 投票率が低い選挙区ほど、啓発活動を行う傾向
- 投票率が元々低い選挙区の場合、今回の投票率も低い傾向
- $\Rightarrow \Rightarrow$ 自己選択バイアス/欠落変数バイアスの存在
- 本当に比較すべき対象は...
- 啓発活動を行わなかったA市 vs. 行ったA市
- 啓発活動を行わなかったB市 vs. 行ったB市
- これらは比較可能か？

相関から因果へ

P値による検定を超えた統計革命

Donald Rubin: Harvard University



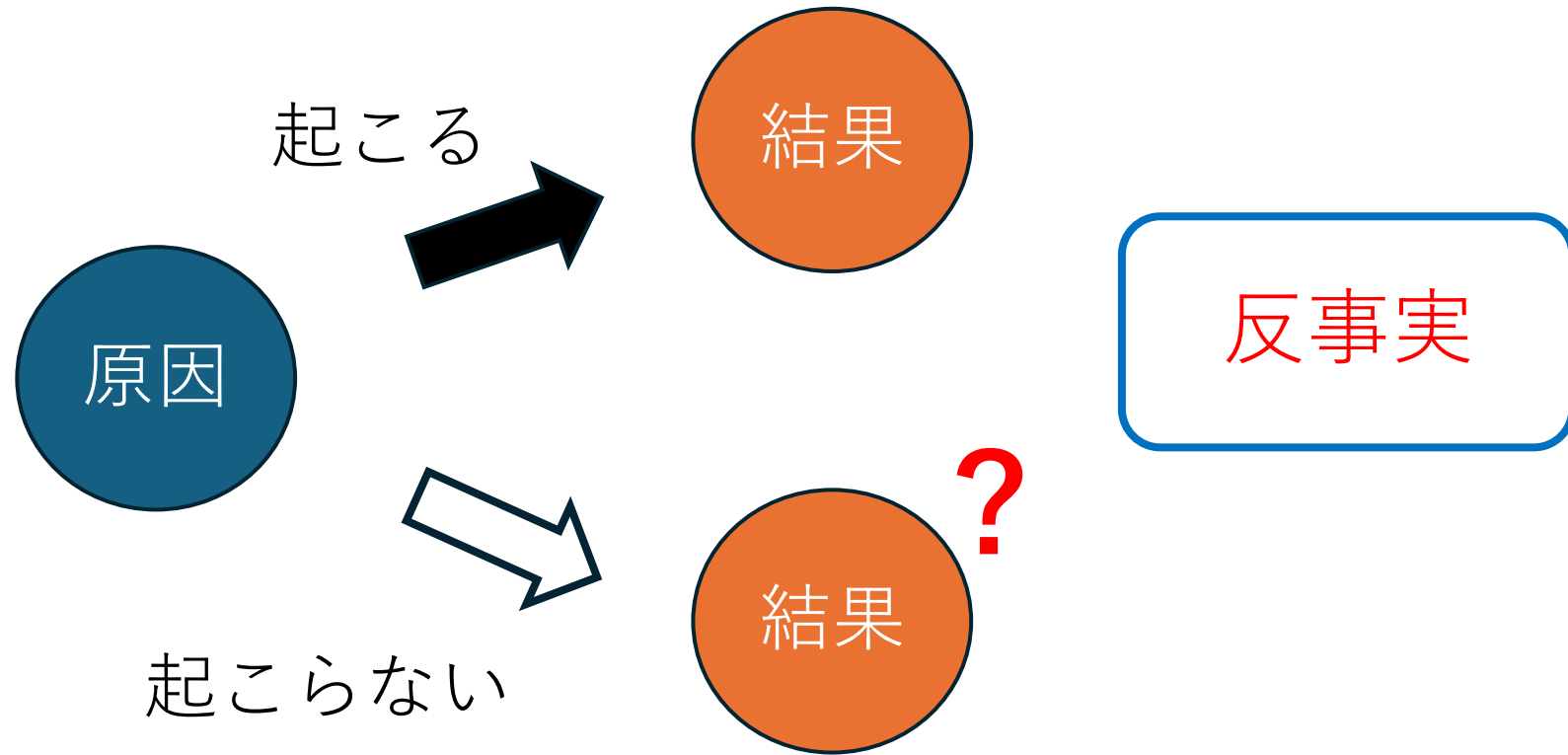
因果効果の推定が困難な分野

- 社会科学や医学・疫学などの研究の関心対象研究者による実験的操作が困難な要因
- 疫学：喫煙・睡眠・病気そのもの
- 薬学：既存薬と新薬の効果比較（臨床・長期追跡） 経済学：失業給付・職業訓練・社会経済地位
- 心理学：生育環境・認知方略・ソーシャルサポート
- 教育学：教育プログラム・親による教育投資

⇒無作為割り当てによる実験研究が困難なので、共変量（交絡要因）の影響を除去した、関心のある要因単独の効果 = 因果効果を推定する必要

因果推論

原因が結果にどのように影響を与えているのかを明らかにする



因果効果とは？

反事実(counterfactual)の仮定を置いたRubin因果モデル(Rubin, 1974)

対象が「介入を受けた場合 ($z = 1$) の結果」 y_1 と「介入を受けなかった場合($z = 0$)の結果」 y_0 を仮定する。これらを“潜在的な結果変数 (potential outcome)”と呼ぶ。

	「介入を受けた場合の結果」 y_1	「介入を受けなかった場合の結果」 y_0
介入対象 (介入群)	観測できる	観測できない
介入を受けなかった対象 (対照群)	観測できない	観測できる

因果効果(causal effect)は介入したことによる結果の変化

$$y_1 - y_0$$

問題：結果変数はどちらか一方しか観測できない

Rubin Causal Model (1974)

平均介入効果(Average Treatment Effect)とは結果変数(potential outcome)の差の期待値

$$ATE = E(y_1 - y_0)$$

「介入群での平均処遇効果」 Average Treatment Effect on the treated (ATT)

$$ATT = E(y_1 - y_0 | z = 1)$$

Rubin因果モデル

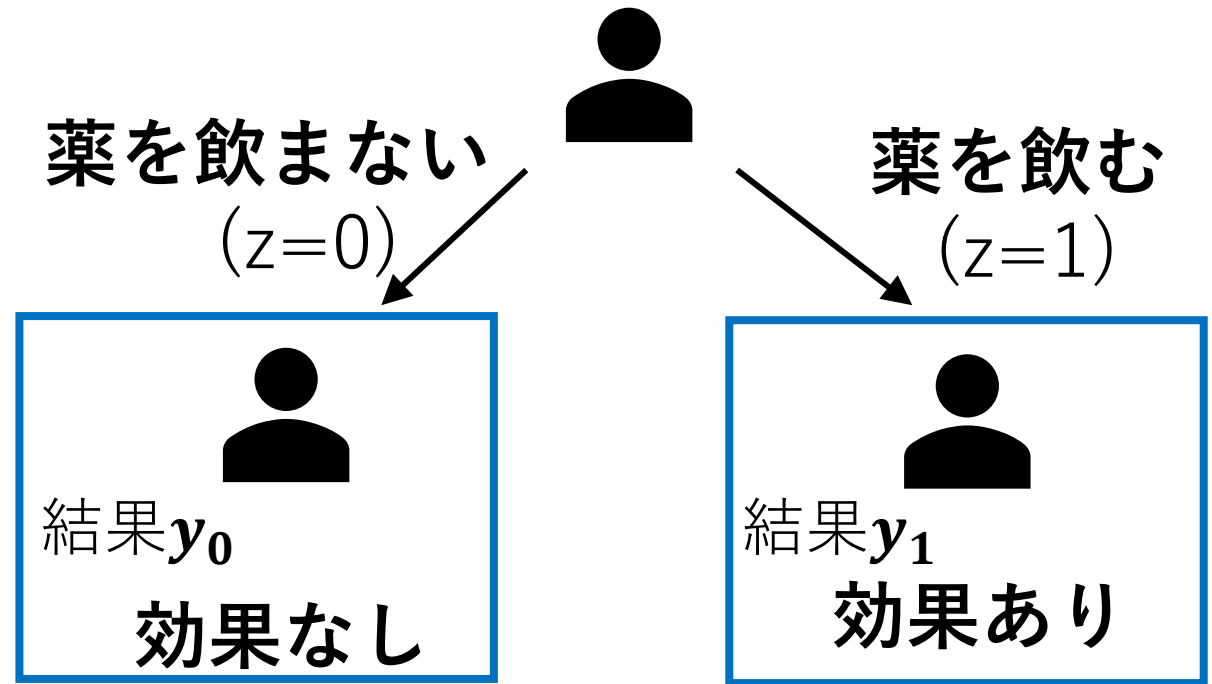
反事実の仮定をおいたRubin因果モデル[1]は, 介入の有無による結果を比較して因果推論を行う統計的手法

例) 頭痛薬の効果があるか確かめたい

介入 z : 頭痛薬を投与する

y_1 : 薬を飲んだ時の効き目

y_0 : 飲まなかったときの効き目



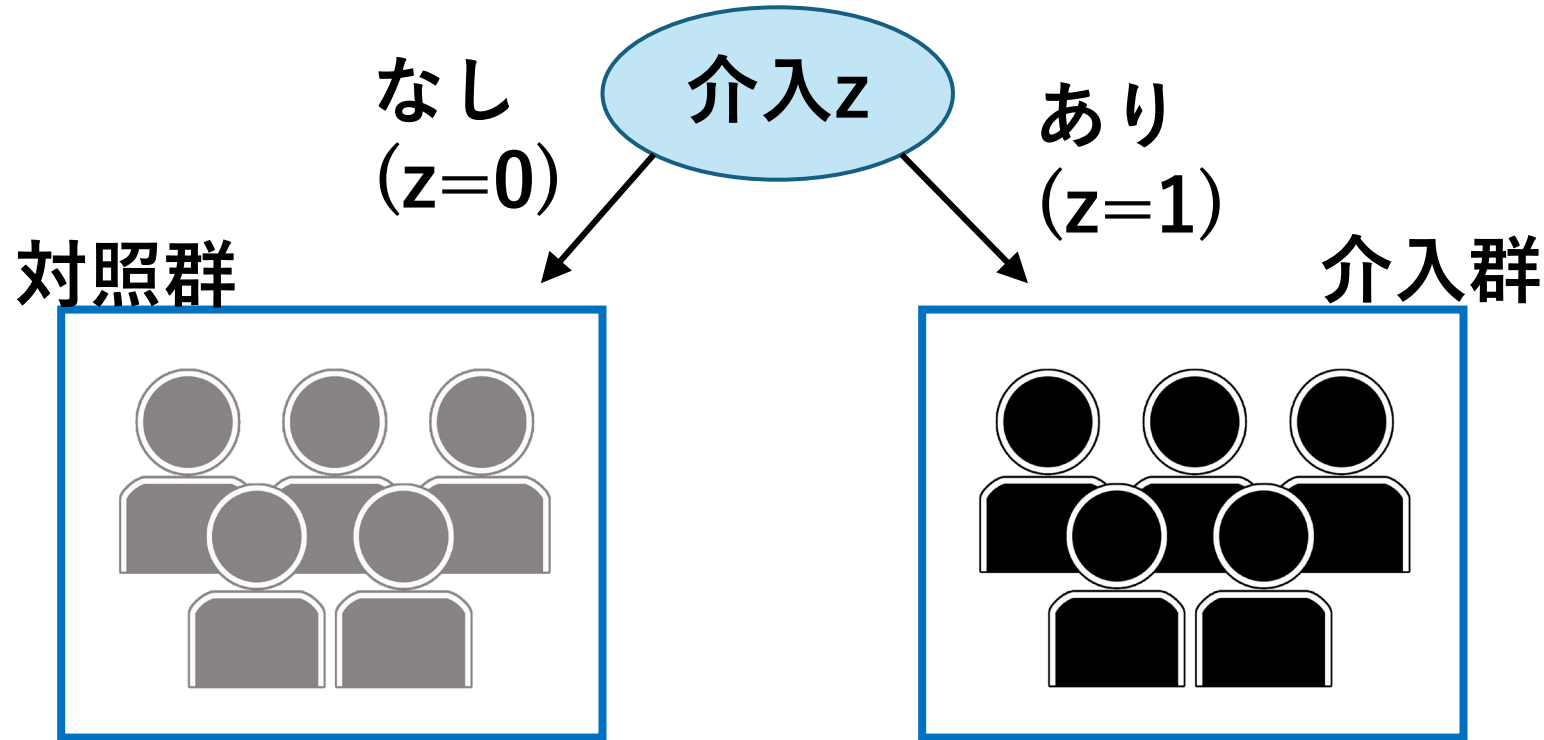
$$\text{因果効果} = y_1 - y_0$$

しかし, 同一の対象では介入の有無を同時に観測できない

[1] Rubin, D. B. 1974. Estimating causal effects of treatments in randomized and nonrandomized studies. *Journal of Educational Psychology* 66(5):688–701.

無作為化比較試験

対象をランダムに介入群と対照群に分けて介入の効果を評価する方法



無作為化比較試験では, $(y_1, y_0) \perp z$ が成り立つため,

$$E(y_j) = E(y_j | z = j), (j = 1, 0)$$

となるので, **因果効果または平均介入効果(Average Treatment Effect: ATE)**は

$$ATE = E(y_1 - y_0) = E(y_1 | z = 1) - E(y_0 | z = 0)$$

無作為化(Randomization)

	「介入を受けた場合の結果」 y_1	「介入を受けなかった場合の結果」 y_0
介入対象（介入群）	観測できる	観測できない
介入を受けなかった対象（対照群）	観測できない	観測できる

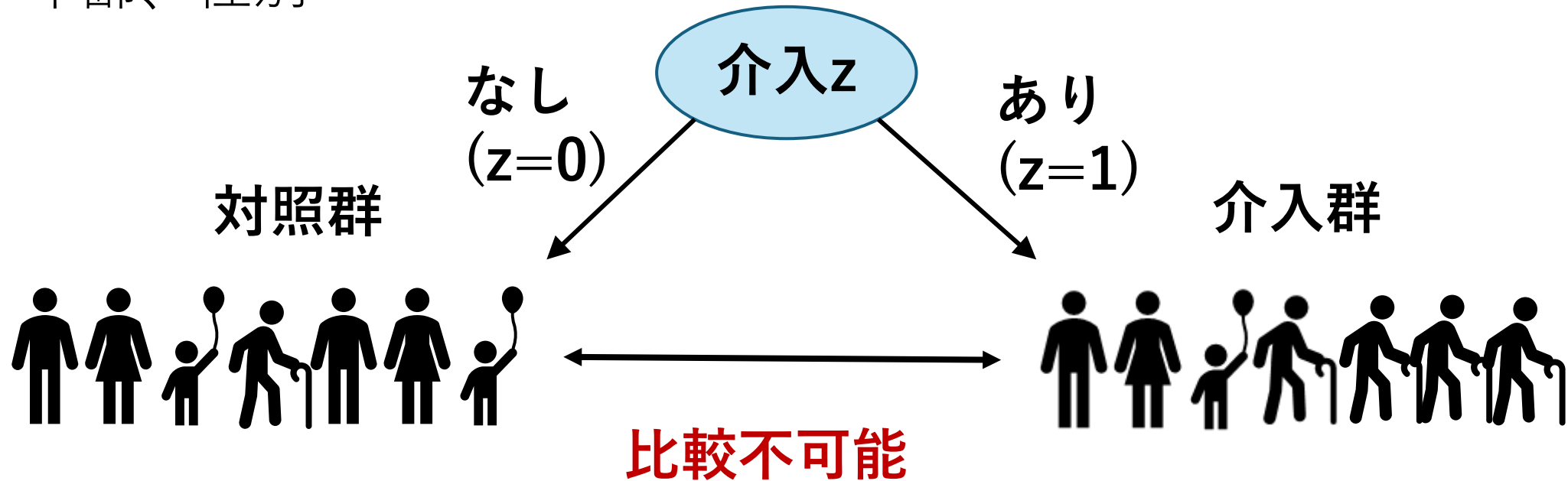
$ATE = E(y_1 | z = 1) - E(y_0 | z = 0)$
が成り立つ。

しかし、無作為化できない場合、

$$ATE \neq E(y_1 | z = 1) - E(y_0 | z = 0)$$

無作為化比較試験ができない場合

共変量 x ：対象の特徴
例) 年齢、性別

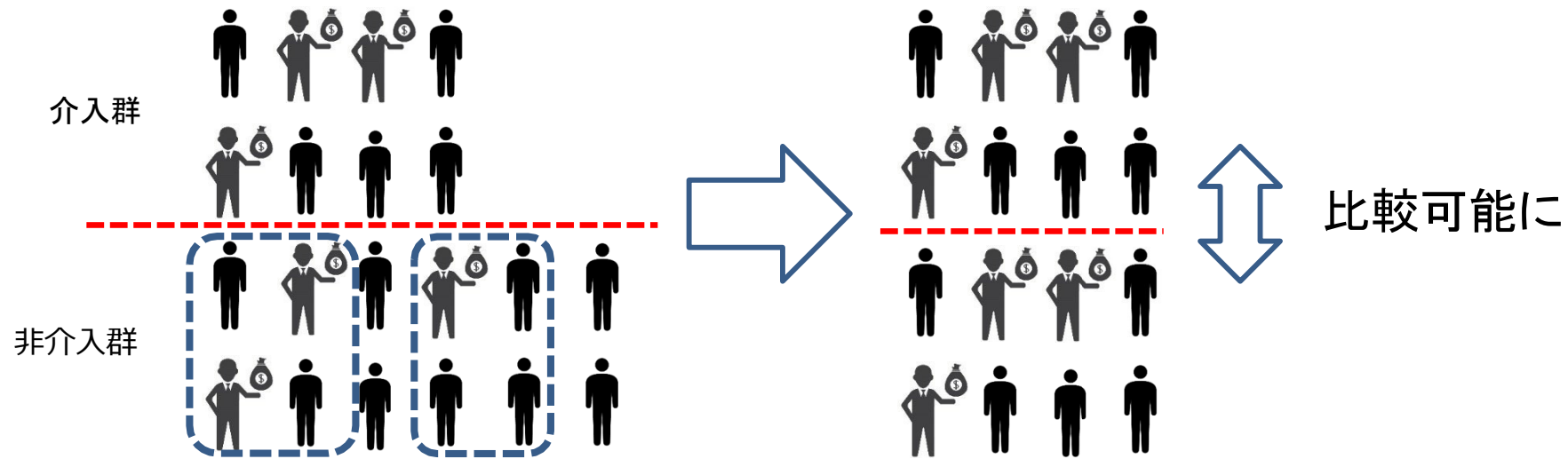


共変量 x に偏りがあり, 平均介入効果を推定できない

$$ATE \neq E(y_1 | z = 1) - E(y_0 | z = 0)$$

無作為化ができない場合の 統計的因果推論 「マッチング」

「介入群と非介入群で “背景要因” (共変量と呼ばれる)の分布を合わせる」



介入群の人に一番 背景要因‘ (共変量) が同じもしくは近い介入しなかった群の人を同一人物とみて抽出する

マッチングの欠点

- ・ 共変量に連続変数が存在するとき（血圧など）
→完全マッチングはできない（最近傍マッチング）
- ・ 共変量の数が多いと実行が難しい（次元問題）
マハラノビスマッチングでは離散変数を含むと問題
- ・ 距離の定義の方法によって結果が大きく変わる
- ・ 共変量の分布が介入群と対照群で重ならない部分があるとき例
） 血圧が一定以上ならば手術できない
サポート問題(Support Problem)

介入群と対象群の比較

介入群の数が少ない→一対一かつ置換無しの場合

対象群のデータが無駄になる

最も一般的な手法：傾向スコア

propensity score

Rosenbaum & Rubin,
(1983)

Ignorability/ Unconfoundedness

共変量調整法の共通の仮定

複数の変数を含むベクトル x (Covariate, 共変量)があり、「 x を条件付けると potential outcome とダミー変数 z は独立」

$$y_1, y_0 \perp\!\!\!\perp z | x$$

という条件を“Strong ignorability”(強い意味での無視可能性)または
“Unconfoundedness”(無交絡性)と呼ぶ

この条件が成立すれば

$$E(y_j | x) = E(y_j | x, z = j) \quad (j = 1, 0)$$

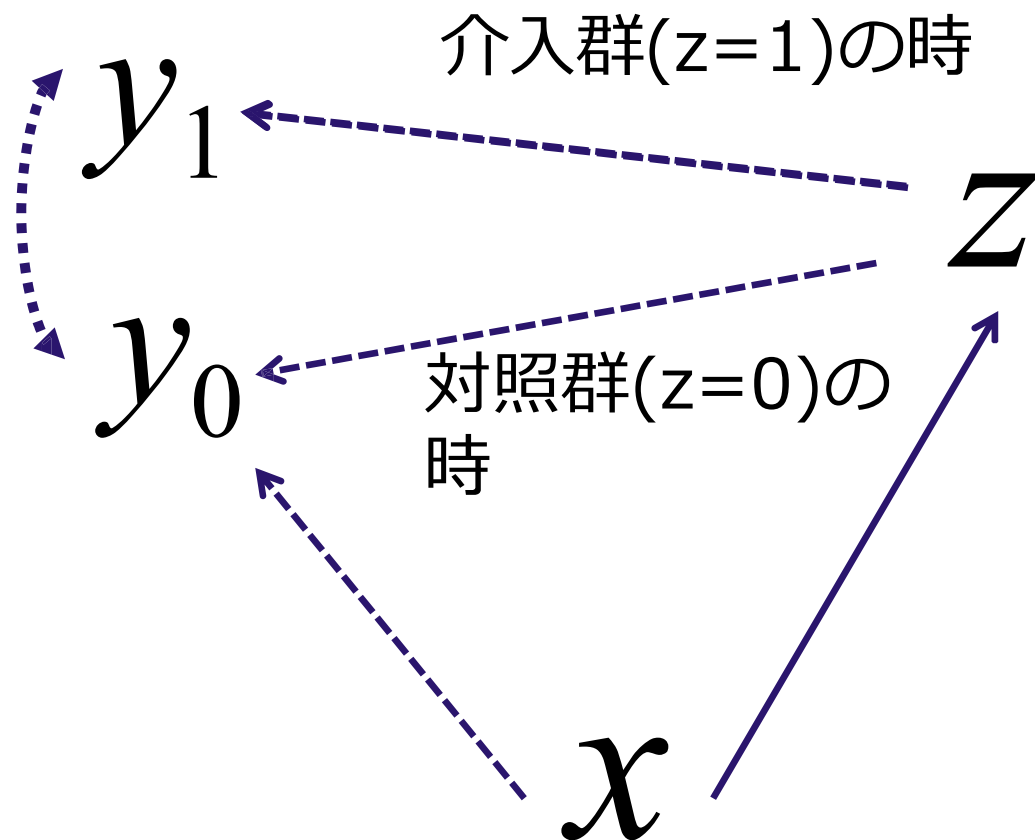
となるため

$$\begin{aligned} \text{ATE} &= E(y_1 - y_0) = E_X[E(y_1 | x) - E(y_0 | x)] && \text{直接識別不可能} \\ &= E_X[E(y_1 | x, z = 1) - E(y_0 | x, z = 0)] && \text{識別可能} \end{aligned}$$

同様に

$$\text{ATT} = E(y_1 - y_0 | z = 1) = E(y_1 | z = 1) - E_X[E(y_0 | x, z = 0)]$$

本質的には内生性



因果効果 $E(y_1 - y_0)$ や潜在的結果変数の周辺分布

$p(y_1), p(y_0)$ (の母数)に関心がある

⇒周辺モデル $p(y_1), p(y_0)$ では内生性が発生

傾向スコア

Rosenbaum & Rubin [2] は傾向スコアを用いた共変量調整法を提案した.

傾向スコア $e(x)$: 共変量 x を所与としたときの対象が介入を受ける確率

$$e(x) = p(z = 1 | y_1, y_0, x) = p(z = 1 | x)$$

このとき

$$E(y_j | x) = E(y_j | e(x)), (j = 1, 0)$$

$$(y_1, y_0) \perp z | e(x), \quad 0 < p(z = 1 | e(x)) < 1$$

この条件のもと, $E(y_j | e(x)) = E(y_j | e(x), z = j), (j = 1, 0)$

となり, $ATE = E_x(E(y_1 | e(x), z = 1) - E(y_0 | e(x), z = 0))$

が成り立つため, **逆確率重み付け法(Inverse probability weighting : IPW)**でATEを求められる[3].

$$ATE = \frac{1}{N} \sum_i^N \frac{y_{1i}}{e(x_i)} z_i - \frac{1}{N} \sum_i^N \frac{y_{0i}}{1 - e(x_i)} (1 - z_i)$$

N は対象全体の数, y_{1i} は対象 i が介入を受けた時の結果変数, y_{0i} は対象 i が介入を受けなかった時の結果変数, x_i は対象 i の共変量, z_i は対象 i の介入の有無

[2] Rosenbaum, P. R., and Rubin, D. B. 1983. The central role of the propensity score in observational studies for causal effects. *Biometrika* 70(1):41–55.

[3] K. Hirano, G.W. Imbens, and G. Ridder, “Efficient estimation of average treatment effects using the estimated propensity score,” *Econometrica*,

傾向スコアの算出

ある群への傾向スコア＝「その人がその群に割り当てられる確率」



所属グループ	介入	介入	介入	非介入	非介入	非介入
被験者番号	1	2	...	...	N-1	N
共変量X ₁	少ない	多い	...	...	多い	多い
共変量X ₂	低い	中程度	...	...	中程度	高い
...	...	...	...	...	...	...
傾向スコア	0.7	0.2	...	...	0.2	0.1

一般に共変量からロジスティック回帰分析によって個人個人の傾向スコアが計算される

ロジスティック回帰を用いた傾向スコア推定

傾向スコアの推定にはロジスティック回帰[2]が最も用いられる
しかし

傾向スコアのlogitが共変量の線形関数で表現できない場合,
傾向スコアの推定に一致性がなくなる[3]

$$\text{logit}(\hat{e}(x)) = \log \frac{\hat{e}(x)}{1 - \hat{e}(x)} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + x_n \beta_n$$

ここで $\hat{e}(x)$ は介入を受ける確率(傾向スコア)の推定値, β_0 は定数項, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ は各説明変数の回帰係数, $x_1, x_2, \dots, x_n$ は説明変数である.

因果効果推定の精度は傾向スコア推定の精度に大きく依存する[4,5] ため,
この手法は適さない

[3] Sant'Anna, P. H., Song, X., and Xu, Q. Covariate distribution balance via propensity scores. *Journal of Applied Econometrics*, 37(6):1093–1120, 2022.

[4] Hainmueller, J. Entropy balancing for causal effects: A multivariate reweighting method to produce balanced samples in observational studies. *Political analysis*, 20 (1):25–46, 2012.

[5] Imai, K. and Ratkovic, M. Covariate balancing propensity score. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*,

機械学習を用いた傾向スコア推定

- 勾配ブースティング[6]
- ニューラルネットワーク[7]
- 決定木[7,8]

などの手法が知られているが、漸近的に真の確率を推定する保証がない

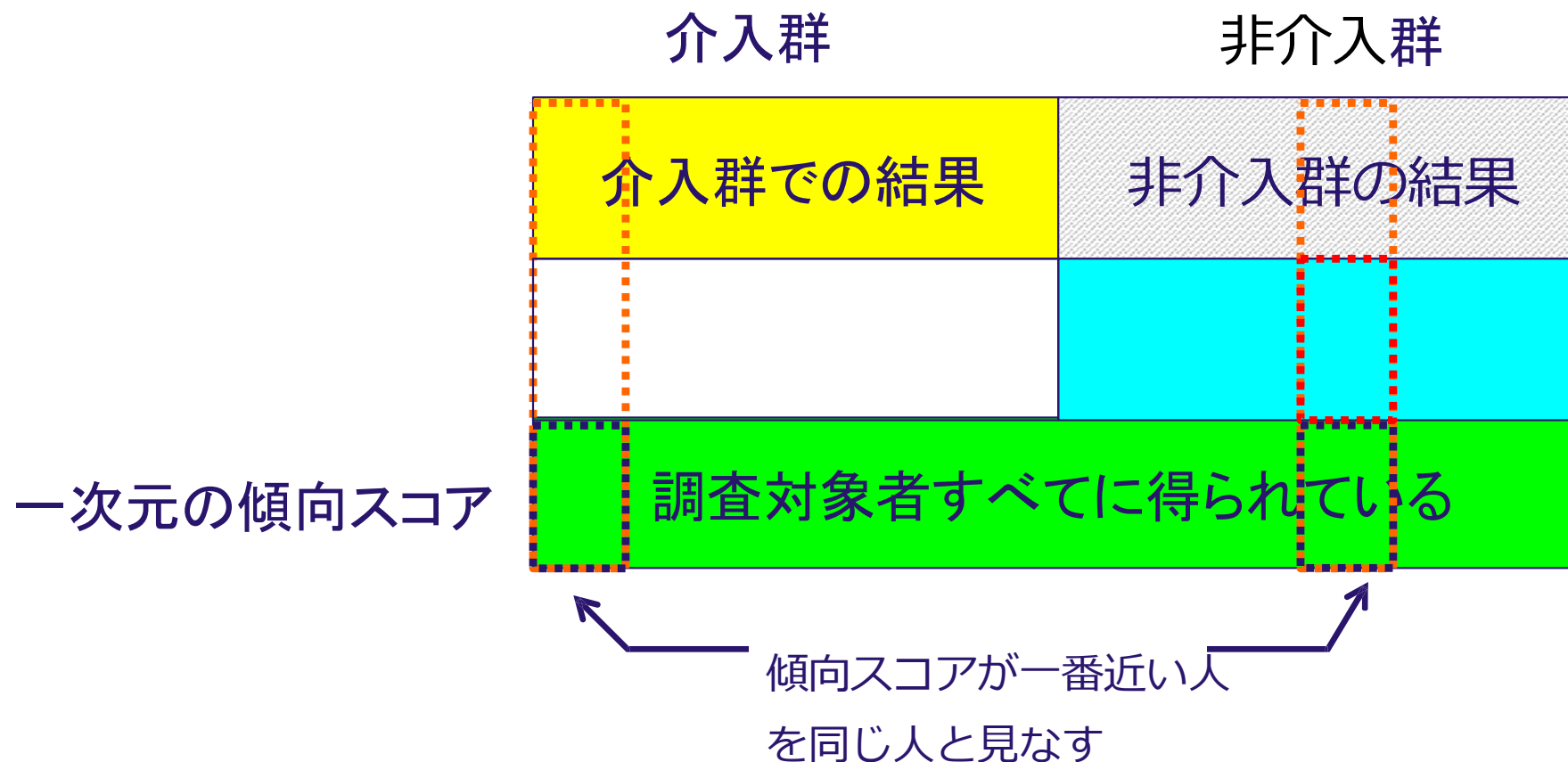
[6] McCaffrey, D. F.; Ridgeway, G.; and Morral, A. R. 2004. Propensity score estimation with boosted regression for evaluating causal effects in observational studies. *Psychological methods*, 9(4): 403.

[7] Setoguchi, S.; Schneeweiss, S.; Brookhart, M. A.; Glynn, R. J.; and Cook, E. F. 2008. Evaluating uses of data mining techniques in propensity score estimation: a simulation study. *Pharmacoepidemiology and drug safety*, 17(6): 546– 555.

[8] Westreich, D.; Lessler, J.; and Funk, M. J. 2010. Propensity score estimation: machine learning and classification methods as alternatives to logistic regression. *Journal of clinical epidemiology*, 63(8).

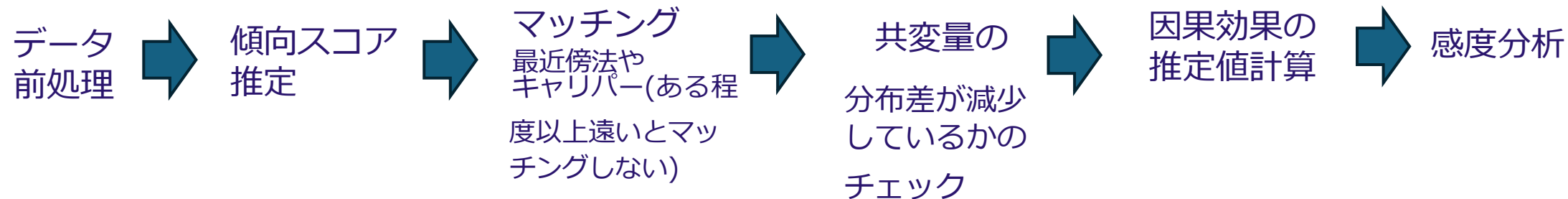
傾向スコアマッチングによる因果効果の推定

対応のある
データになる



マッチングの流れ

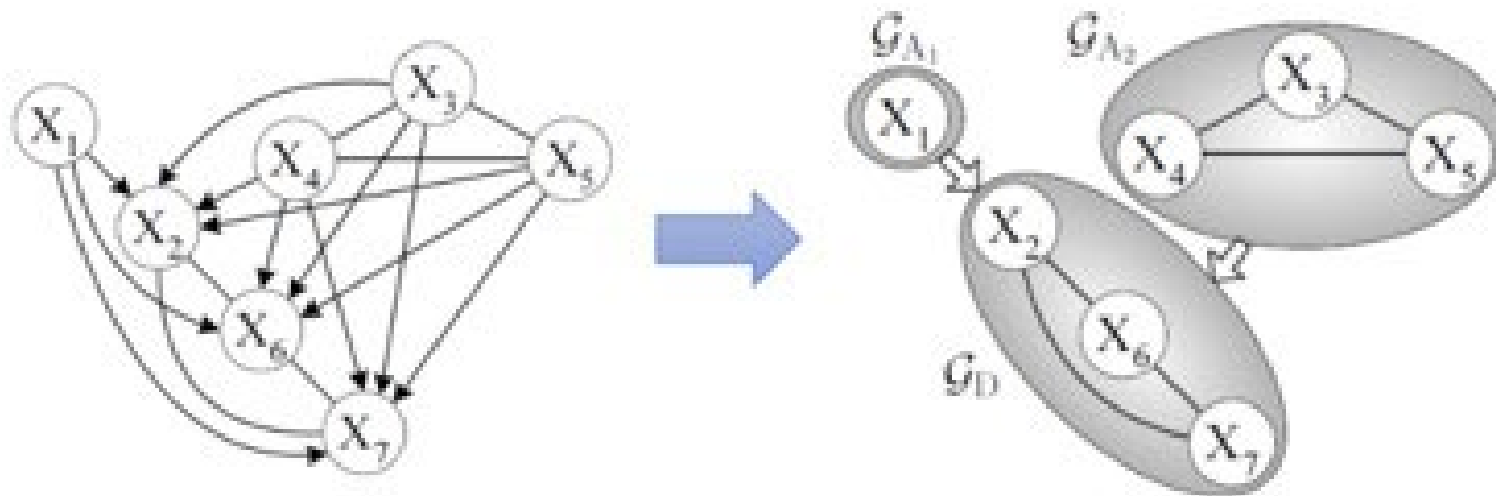
Zhaoら(2021) Ann Transl Med.
2021 May; 9(9): 812.



グラフィカルモデル

グラフィカルモデルへ

変数間の因果をデータから自動的に推定する人工知能手法



Judea Pearl: グラフィカルモデル
UAIの創始者、2012 Turing Award Winner

ルービン因果推論を用いた分析例

まとめ

- 近年の実証研究では正しい介入効果の推定のため“Rubinの因果モデル”の発想に基づく因果効果の推定が行われる
- 共変量調整法の代表的な方法として傾向スコアを用いた分布調整
- さらに精緻な分析のためにAI・機械学習分野のグラフィカルモデルが有用