

ベイズ的人工知能特論 ガイダンス

植野真臣
電気通信大学
情報理工学研究科
情報数理工学プログラム

本日の目標

- 授業内容のおおざっぱな解説
- 授業内容・方法・評価方法の説明
- 今後のスケジュール(予定)

この授業の主な目標

- 近年、データサイエンス、人工知能分野で注目されているベイズ的アプローチの基礎、考え方、手法の概論について学ぶ。概論的に理解することを重視し、歴史や考え方、他手法との関係を俯瞰的に理解する。
- The purpose of this lecture is to learn an **outline and history** of Bayesian approach which is the state-art technology of AI and Data Science .

注意 (Note)

- ベイズ機械学習を完全に数学的に理解し、プログラムができるようにするための授業ではありません。数式やアルゴリズムがあまり理解できなくても大まかな意味が理解できていればよいです。
- The purpose is not to achieve your complete understanding mathematically Bayesian AI or programming skill. It would be OK if you can not understand the presented mathematical formula or algorithms.

- ベイズ手法ってどんな感じ???
- What is the Bayes methods?

- ベイズ手法ってどんな感じ???
- 授業で習う予定のことを少しだけ見てみましょう!!

問

ある壺には赤玉と白玉が入っています。壺から2回玉を取りました。最初赤玉がでました。二つ目は白玉でした。

このデータから、壺から一つ玉を取るときそれが赤玉である確率(Probability)を推論してください？



•従来の統計学の考え方では

尤度(ゆうど)原理 Likelihood Principle

データの出る確率を最大にするように確率を推定する。

今、赤玉の出る確率をPとする。

玉を2回引いて、赤玉、白玉と出る確率は

尤度(ゆうど)原理 Likelihood Principle

データの出る確率を最大にするように確率を推定する。

今、赤玉の出る確率をPとする。

玉を2回引いて、赤玉、白玉と出る確率は

$$P \times (1 - P)$$

尤度(ゆうど)原理 Likelihood Principle

データの出る確率を最大にするように確率を推定する。

今、赤玉の出る確率をPとする。

玉を2回引いて、赤玉、白玉と出る確率は

$$P \times (1 - P)$$

データの確率:尤度と言う。

尤度(ゆうど)原理

データの出る確率を最大にするように確率を推定する。

今、赤玉の出る確率をPとする。

玉を2回引いて、赤玉、白玉と出る確率は

$$P \times (1 - P)$$

データの確率を尤度と言う。

尤度を最大にするPは $P = \frac{1}{2}$

一般化すると

N回壺から玉をとって、n回赤玉が出たとき、赤玉の出る確率Pは？

一般化すると

N回壺から玉をとって、n回赤玉が出たとき、赤玉の出る確率Pは？

$$\text{尤度} = P^n(1 - P)^{(N-n)}$$

尤度を最大にするPは

$$P = \frac{n}{N}$$

尤度原理(Likelihood Principle)

データの出る尤度を最大化して推定値を求める。

利点:

データ数を多くしていくと 必ず推定値は真の値に収束する。

データ数が多くなると $P = \frac{n}{N}$ は 真の値に近づいていく。

問題: 尤度は厳密には確率ではない。

ベイズの定理

Bayes Theorem

$$\bullet P(\text{赤玉} \mid \text{データ}) = \text{尤度} \times P(\text{赤玉}) \times \text{定数}$$

ベイズの定理

Bayes Theorem

- $P(\text{赤玉} \mid \text{データ}) = \text{尤度} \times P(\text{赤玉}) \times \text{定数}$
- 事後確率 = 尤度 \times 事前確率 \times 定数

赤玉の出る確率のベイズ推定

赤玉の出る確率のベイズ推定

$$P = \frac{n + 1/2}{N + 1}$$

主観的な問題が数学的に解けます！！

問1: ある監獄にアラン、バーナード、チャールズという3人の囚人がいて、それぞれ独房に入れられている。3人は近く処刑される予定になっていたが、恩赦が出て3人のうち1人だけ釈放されることになったという。誰が恩赦になるかは明かされておらず、それぞれの囚人が「私は釈放されるのか?」と聞いても看守は答えない。囚人アランは一計を案じ、看守に向かって「私以外の2人のうち少なくとも1人は死刑になるはずだ。その者の名前が知りたい。私のことじゃないんだから教えてくれてもよいだろう?」と頼んだ。すると看守は「バーナードは死刑になる」と教えてくれた。それを聞いたアランは「これで釈放される確率が1/3から1/2に上がった」とひそかに喜んだ。果たしてアランが喜んだのは正しいのか?

問2. いま、外見がまったく同じ2つの封筒の中に、現金が入っているものとする。それぞれの封筒の中の金額は知らされていないが、片方にはもう一方の2倍が入っていることが分かっている。今、AとBの二人に封筒がランダムに分けられ、自分の中身だけ見て交換してもよいルールとなった。Aの封筒には10ドル入っていた。交換したほうがよいのでしょうか?

期待値を計算してみよう！！

- 自分は10ドル入っていたので、相手は5ドルか20ドルを持っている。その確率はそれぞれ0.5なので
- 交換したときの期待値は $5 \times 0.5 + 20 \times 0.5 = 10.25$ ドル。
- 今、持っているのは10ドルなので交換したほうが良い！！

相手の立場になろう

- 相手はYドル持っていた場合もこちらが1/2 Yドルか 2Yドル 持っていることになる。同じ期待値の計算をすると $0.5 \times 1/2 Y + 0.5 \times 2Y = 1.25Y$ ドルとなる。今 Yドル持っているので 交換したほうが得になる！！

え？

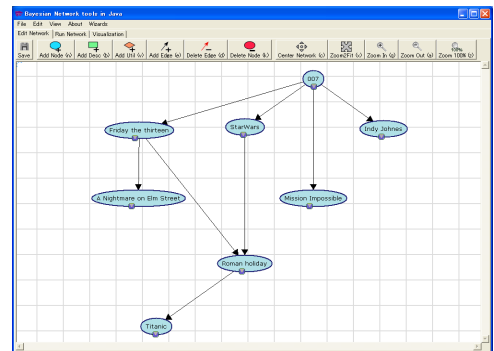
- でも、相手も同じだよな。相手も 交換したほうが期待値が大きくなってはいるはず。。
- どちらかが得すればどちらかが損するはずなのに、どちらも得するって変！！
- なんで こんなことになるのでしょうか？

問3 以下のどちらのかけを選ぶと得か？

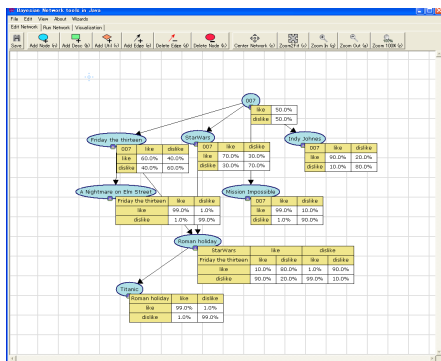
1. 50個の赤玉と50個の白玉が入った壺から一つ玉を取り出し、それが赤玉であったら1万円もらえる。白玉であったら1万円支払う。これを100回繰り返す。
2. 赤玉と白玉が合わせて100個入った壺から一つ玉を取り出し、それが赤玉であったら1万円もらえる。白玉であったら1万円支払う。これを100回繰り返す。

人工知能技術

ベイジアン・ネットワークの概要 映画の好み



各アークに条件付確率を作成



事前の確率

