

ベイズの定理は どのように誕生したのか？

植野真臣
電気通信大学
情報理工学研究科
情報数理工学プログラム

今後のスケジュール（予定）

4月10日 授業の概要とガイダンス
4月17日 ベイズの定理
4月24日 ベイズはどのように誕生したか？
5月1日 ベイズはコンピュータ、人工知能の父である！！
5月8日 アランチューリングとベイズ
5月15日 ベイズから機械学習へ
5月22日 確率の基礎の復習
5月29日 ビリーフとベイズ
6月12日 尤度と最尤推定
6月19日 数値計算法による推定
6月26日 ベイズ推定と事前分布
7月3日 マルコフチェーンモンテカルロ(MCMC)法
7月10日 ベイジアンネットワーク
7月17日 ベイジアンネットワークと機械学習
7月24日 テストと総括

授業の目標

ベイズはどうして生まれたのか？
ベイズの定理が生まれた背景を知り、
ベイズの哲学を学ぶ。

ベイズはなぜベイズの定理を生み出したのか？

1748年 哲学者デビッド・ヒューム
人間知性研究を出版

イエスの復活を見たという人々の主張が不正確である確率は、それがそもそも起きた確率よりも遥かに大きいと主張

牧師ベイズ怒る

ヒュームが間違っていることを完全に証明しようと、ベイズは出来事の発生確率の定量化を試みる。

ベイズのアイデア

キリストの復活に関する様々な証言は、ヒュームが主張したような形でその出来事の信憑性を無にすることはできない、と考えた。ベイズの結果は、たとえ弱いあいまいな証拠であっても積み重ねれば、あり得ないような出来事の低い確率を覆すことができ、それを事実として確立することができる！！

ベイズは以下の定理を発見した。

- 客観的なデータから自分の信念を変える手法
- 事前確率：データのない確率、尤度：データの起こる確率
- 事後確率：データによって更新された確率
- 事後確率 \propto 事前確率 \times 尤度
- 世界最初のオンライン学習（逐次学習）

数学者からは不人気！！

- 主観を扱っている！！
- 事前の確率が分からない場合は、すべての可能性を等確率にする。

→

無知を確率で計量化しており、おかしい！！
さらに、数学的記述が不正確なものであった！！

プライス牧師

1767年にベイズの友人だったプライス牧師は「キリスト教の重要性、その証拠、およびそれに対し申し立てられた異議」を出版し、ベイズの考えを用いてヒュームの主張に挑戦した。

プライス牧師

統計学者スティーブン・スティグラーは、「基本的な確率論的な論点は、ヒュームは奇跡を目撃したという独立した証言が数多くあることの重要性を過小評価したが、ベイズの結果は、たとえ危うい証拠であっても積み重ねれば、あり得ないような出来事の低い確率を覆すことができ、それを事実として確立することができる、という手法を示した」と言う。

プライスにより、ベイズの考え方は世に出た！！

この時点では、まだ数学的に厳密な記述はなかった。

ベイズの定理の発見

ベイズの論文から10年がたったころ、天文学の観測でなぜデータがばらつくのかの原因を推定しようとする。25歳のラプラスは以下のベイズの定理によく似た定理を導く。彼自身は、原因確率の定理と呼んでいた。

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)}$$

ラプラス、ベイズを知る！！

1781年に、プライスがパリを訪れて、ベイズの話講演した。

その講演を聞いたラプラスは感動し、自分の作った原因確率の定理に、解釈を与え、さらに事前確率を等確率にする制約を組み込んだ。

1814年、現在の定理を導く

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)}$$

地球科学、気圧変動の推定に用いる。
ラプラスはナポレオンにかわいがられ、内務大臣も務めた。

例題 7

キリストの弟子たちは、キリストの復活を望んでいました。あまりに望み過ぎて少しいろいろな見えてきた。キリストの復活を見たという事象をA、実際にキリストが復活したという事象をBとする。P(A|B) = 1.0, P(A|¬B) = 0.5, P(B) = 0.01とする。21人の弟子がキリストの復活を見たとき、本当にキリストが復活した確率を求めよう。まずは次ページの補題から取りかかろう。

ただし、
P(A|B) = 1.0, P(A|¬B) = 0.5, P(B) = 0.01とする。

補題：21人の弟子がキリストの復活を見たとき、本当にキリストが復活した確率を求めよう。

例題 8 (もう少しリアルに考えましょう)

キリストの弟子たちは、キリストの復活を望んでいました。あまりに望み過ぎて少しいろいろな見えてきた。キリストの復活を見たという事象をA、実際にキリストが復活したという事象をBとする。P(A|B) = 1.0, P(A|¬B) = 0.5, P(B) = 0.00001とする。11人の弟子がキリストの復活を見たとき、本当にキリストが復活した確率を求めよう。ここでも尤度から

P(A|B) = 1.0, P(A|¬B) = 0.5, P(B) = 0.00001とする。

補題：11人の弟子がキリストの復活を見たと言ったとき、キリスト復活の尤度は？

本日のまとめ

- ベイズがなぜベイズの定理を導いたのかを学んだ。
- ベイズは 神の存在証明のために ベイズを導いた。
- ベイズの定理とは 一つ一つは信頼性のないエビデンスでも、多く集まれば非常に有益なエビデンスになっていくことを示している。