

ダイナミックアセスメントのための
隠れマルコフIRTモデル

1411132

堤 瑛美子

情報理工学部

電気通信大学

平成30年1月31日

目次

1	まえがき	3
2	項目反応理論	5
3	段階的ヒントによるダイナミックアセスメント	6
4	ダイナミックアセスメントのための項目反応理論	7
5	隠れマルコフIRTモデル	10
6	項目パラメータ推定	13
7	評価実験	15
7.1	データ	15
7.2	マルコフ多重度と変動パラメータの推定	16
7.3	能力値 θ の推定	18
7.4	課題パラメータ a_i とヒントパラメータ b_{ik}	20
7.5	予測ヒント数の精度	22
7.6	ヒントごとの予測正答確率	24
8	むすび	26

1 まえがき

近年，教育の現場では，知識注入主義から社会構成主義へと移行してきている。Vygotsky [1][2] は，学習者が自力で解決できない課題でも，教師の支援によって学習者の成長を促すことができる「最近説発達領域」(ZPD;Zone of Proximal Development) の考え方を導入した。最近説発達領域の考え方に従って，Bruner,J[3][4],Collins ら (1987)[5] は，学習者の発達を促すためには，学習者が高次の課題に直面した際に，教師が学習者の能力に応じて適度に支援をする「足場がけ」が重要であることを示している。足場がけとは子供が難しい問題を徐々に解決していくためのステップである。

足場がけでは，学習者の ZPD に関する能力を測定する必要がある。Brown や Ferrara (1985)[6],Collins ら (1987)[5] は，ZPD における学習者の能力を測定できるように，ダイナミックアセスメントと呼ばれる新たな評価手法を開発した。彼らのダイナミックアセスメントは，学習者の支援に段階的なヒントを用いることで，課題を達成するまでに利用したヒント数から学習者を評価する [7]。各ヒントは学習者が課題を達成するまで順番に提示され，段階が進むごとに具体的なヒントが与えられる。彼らが行なった実験では，最小限のヒント数で課題に正答した学習者ほど，学習効率が良いことを示した。しかし，従来のダイナミックアセスメントには，以下の問題がある。1) 難易度の異なる課題の特性が評価に反映されておらず，能力評価としての信頼性が低い。2) 課題ごとの異なるヒントの特性が評価に反映されておらず，能力評価としての信頼性が低い。

この問題を解決するために 植野，松尾 (2015)，Ueno and Miyazawa (2017) は，ヒントを与えた後の課題への反応についての項目反応理論 (Item Response Theory, IRT と呼ぶ) を提案している。さらに，彼らは提案した項目反応理論を用いて，段階的ヒントを提示した後の学習者のパフォーマンスを予測し，最も学

習効果が高くなるように、適応的にヒントを与える。これにより、ダイナミックアセスメントとしての信頼性が向上するだけでなく、学習効果が著しく向上したことが報告されている。これらの研究からは、ヒントは学習者に多すぎても、少なすぎても学習効果が減少してしまい、ちょうど課題正答確率が0.5になるようにヒントを出すのが最も学習効率がよいことが報告されている。以上より、ヒント提示後の学習者の課題正答確率を精度高く予測することが効果的な学習のために有効であることがわかる。しかし、従来のIRTモデルは、学習した課題数が十分な数になるまで過学習が起これ、過大評価もしくは過小評価が起これやすい。このため、学習者に提示される適応的ヒントが足りなかったり、必要以上に提示されてしまう問題がある。

本研究では、学習者の能力が学習過程において変化するプロセスを項目反応理論に組み込む新しいモデルを提案し、学習者のヒント提示後のパフォーマンスの予測精度を向上させることを目的とする。具体的には、学習者の能力が学習過程において隠れマルコフ過程に従うと仮定した新しい項目反応モデルを提案する。このモデルでは、どれだけ前の能力値が影響するかを反映するマルコフ多重度と学習者の能力の変動の程度を反映する変動パラメータを持ち、これらが予測を最大化するようにデータから推定されるために、過学習を避け、学習者の真の能力変化を反映できると期待される。具体的には、

1. 学習者の能力値が多重マルコフ過程に従い変化する隠れマルコフIRTモデルを提案し、MCMC (Markov chain Monte Carlo) 法によるパラメータ推定法を提案する。
2. 周辺尤度を用いて最適なマルコフ多重度を求める。
3. Ueno, Miyazawa(2015), 提案モデルの手法を用いて、課題ごとの推定能力値 θ を比較し、 θ の安定性を示す。さらに、各手法を用いて推定した課題パ

ラメータ a_i , ヒントパラメータ b_{ik} の推定値について比較を行う.

4. ヒントを出した後の正答確率の予測精度を従来のダイナミックアセスメント, Ueno, Miyazawa(2015), 提案手法の3つで比較して有効性を示す.

実データから, 本提案モデルの有効性が示された.

2 項目反応理論

効果的な足場がけを行うためには, 学習者の現時点での能力値とヒントを与えた後の学習者のパフォーマンスの予測を正確に行う必要がある. このための能力評価をダイナミックアセスメントと呼ぶ. ダイナミックアセスメントの精度の高さが効果的な足場がけを実現し, 本研究ではこの精度向上のための手法開発が主な提案となる. この目標のために, 本研究では, ヒントを与えた後の学習者のパフォーマンスを予測する項目反応理論 [8][9] を用いる. 項目反応理論は, テスト理論の一つで, 近年コンピュータテストティングの普及に伴って, 様々な分野で使用されている実践的な数理モデルである. 項目反応理論の利点には, 以下が挙げられる.

1. 推定精度の低い異質項目の影響を最小限に抑えて能力推定を行うことができる.
2. 異なる項目への学習者の反応を同一尺度上で評価できる.
3. 過去の反応データに基づいて, 課題への正答確率を予測できる.

ここでは, 項目反応理論の中でも一般的に多く用いられる2母数ロジスティックモデルについて説明する. 2母数ロジスティックモデルでは, 課題 i に対する学

習者の反応データが以下の変数 u_i で表される.

$$u_i = \begin{cases} 1: & \text{学習者が課題 } i \text{ に正答} \\ 0: & \text{上記以外} \end{cases}$$

また, 能力値 θ_j の学習者 j が課題 i に正答する確率を次式で表す.

$$p(u_i = 1 \mid \theta_j) = \frac{1}{1 + \exp(-1.7a_i(\theta_j - b_i))} \quad (2.1)$$

ここで, a_i は課題 i の識別力パラメータ, b_i は課題 i の難易度パラメータ, θ_j は学習者 j の能力パラメータを表す. 項目パラメータ a_i , b_i は学習データから事前に推定した値を用いる.

3 段階的ヒントによるダイナミックアセスメント

ダイナミックアセスメントは, 学習者が誤答した際に段階的にヒントを提示することによって, その学習過程を評価する. さらに, ダイナミックアセスメントによって適切な足場かけが行われることで, 学習者の能力を効率的に向上させることができる.

本研究では, 植野ら [10] が開発した, プログラミング学習におけるトレース問題について, 段階的ヒントを用いたシステムを用いる. システムでは, 初めにプログラミングの基礎知識について学習し, その後, プログラミングのコードを読み, 変数の最後の値を回答する課題を数問学習する. 学習は簡単な分野から始まり, 学習が進むほど難易度が上がる. 課題では, 学習者が誤答した際には, 図2のようにヒントとしてプログラミングの文法に関する説明やコードの意味などが段階的に提示され, 学習者が課題を達成するまでヒントをより具体的な内容にし

Programming Test

プログラムコード

下のコードを実行した時の最終的な変数a,b,cの値を答えよ。

```

1 public class Question2_2 {
2   public static void
3     main(String args[]){
4     int a = 0;
5     int b = 0;
6     while(a < 3){
7       a++;
8       if(b > a){
9         continue;
10      a++;
11      b++;
12     }
13     b += 3;
14   }
15   System.out.println(a);
16   System.out.println(b);
17 }

```

解答欄

a

1 ▼

b

1 ▼

解答する

ヒント1

Variable

= Assignment Statement

Operator

++ Increment

+= Addition assignment operator

if

if-else

conditional expression

while

++ Increment

++: Increment
a++; ⇒ a = a + 1;

Code

```

a = a + 1;
a = 5 + 1;
a = 6;

```

図 1: 段階的ヒントの例

ていく。

適切な足場がけを行うためには、学習者の能力を正確に把握し、各ヒントを提供した後の学習者のパフォーマンスを予測しなければならない。これまで、学習者の能力とヒントごとの学習者のパフォーマンスを予測するための項目反応モデルとして段階反応モデルが提案されてきた [10][11]。以降は、この段階反応モデルを IRT(Item Response Theory) と略記する。

4 ダイナミックアセスメントのための項目反応理論

本章ではダイナミックアセスメントのための段階反応モデルについて説明する。このモデルでは、各課題 i に対してに対して $K-1$ 個の段階的ヒント $\{k\}$, ($k = 1, \dots, K - 1$) を想定する。

システムでは、初めはヒントを表示しない状態で学習者 j に課題 i を提示する。学習者が課題 i に誤答した場合はヒント $k = 1$ を提示し、さらに誤答するごとにヒント $k = K - 1$ までを順次提示する。正答するか、最後のヒントが提示されても誤答した場合は、次の課題 $i + 1$ を提示する。課題数 I に達するまで、この操作を繰り返し行う。学習者数を J 、課題数を I とすると、学習者 j が課題 i にヒント k を表示した段階で正答した反応データは次のように得る。

$$x_{ji} = \begin{cases} k: & \text{ヒント } k \text{ を与えられたときに正答} \\ K: & \text{全てのヒントを提示しても誤答} \\ 0: & \text{ヒントなしで正答} \end{cases}$$

$$\mathbf{X} = \{x_{ji}\}, (j = 1, \dots, J, i = 1, \dots, I)$$

段階反応モデルでは学習者 j が課題 i に対してヒント k で正答する確率 P_{ijk} を次式で与える。

$$P_{ijk} = P_{ijk-1}^* - P_{ijk}^* \quad (4.1)$$

$$P_{ijk}^* = \frac{1}{1 + \exp(-a_i(\theta_j - b_{ik}))} \quad (4.2)$$

ただし、 $P_{ij0}^* = 1$ 、 $P_{ijK}^* = 0$ である。ここで、 a_i は課題 i の識別力を表すパラメータ、 b_{ik} は課題 i でヒント k が提示された時の難易度を表す困難度パラメータ、 θ_j は学習者 j の能力値パラメータを表す。図 1 に、カテゴリ数 $K = 5$ 、 $a_i = 1.0$ 、 $b_{i1} = 3.0$ 、 $b_{i2} = 1.0$ 、 $b_{i3} = -1.0$ 、 $b_{i4} = -3.0$ とした 4 つのヒントを有する課題に対する項目反応関数の例を示す。横軸は学習者の能力を示し、縦軸は、 k 番目のヒントが提示されたときに学習者 j が課題 i に正答する確率 P_{ijk} を示す。図 1 より、ヒント

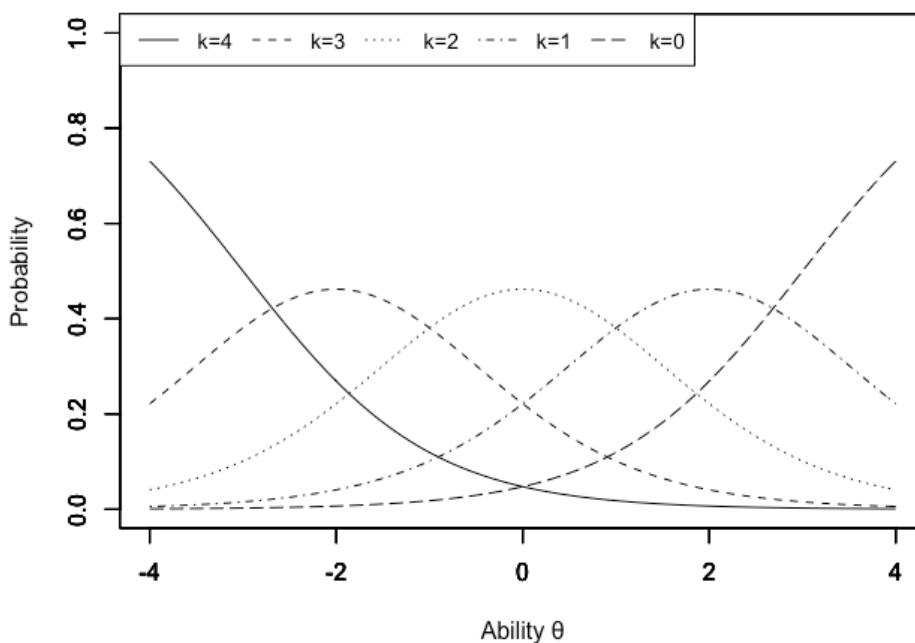


図 2: 段階反応モデルの例

なし ($k = 0$) の場合には、能力の低い学習者はほとんど正答せず、能力の高い学習者の正答確率が高くなっている。また、ヒント数が増えるごとに、能力の低い学習者の正答確率が上昇していくことがわかる。

さらに、植野ら [10] は、段階反応モデルを用いることで、学習者にヒントを与えた後の課題への正答確率を予測し、適応的に支援を行う足場がけシステムを開発した。これらの研究からは、ヒントは学習者に多すぎても、少なすぎても学習効果が減少してしまい、ちょうど課題正答確率が 0.5 になるようにヒントを出すのが最も学習効率がよいことが報告されている。以上より、ヒント提示後の学習者の課題正答確率を精度高く予測することが効果的な学習のために有効であることがわかる。植野らのシステムでは、従来の IRT モデルを用いているため、モデル上では学習者の真の能力値は固定されている。

従来のIRTモデルでは、能力値の事前分布1つに対して、全ての学習課題が依存するため、能力値 θ の推定値は事前分布の影響が少なく、学習過程の影響を受けやすい。従って、学習データが十分な数になるまでは過学習が起こり、課題ごとに能力が過大評価もしくは過小評価されてしまう。そのため、適切な足場かけが行われていないと考えられる。

本研究では、従来のIRTモデルでの過学習を避け、安定した推定能力値を得るために、学習者の潜在変数である能力値が課題ごとに依存関係をもって時系列変化するモデルとして、隠れマルコフモデルを採用し、直前の能力値が現在の能力値に依存するモデルを提案する。このモデルによって、過学習を推定精度の向上が期待できる。

5 隠れマルコフIRTモデル

本章では、ダイナミックアセスメントのための新しいIRTモデルを提案する。段階反応モデルにおいて、従来では固定されていた学習者 j の能力値 θ_j を時系列で変化させ、ある時点 t の能力値 θ_{jt} が、一つ前の時点 $t-1$ での能力値 θ_{jt-1} に依存する隠れマルコフモデルを導入した隠れマルコフIRTモデルを提案する。通常、隠れマルコフモデルの隠れ変数は離散値で扱われるが、提案モデルでは能力値を隠れ変数とするため、連続値で扱う。

従来のIRTモデルと隠れマルコフIRTモデルのグラフィカルモデルを図3, 図4に示す。前述した通り、従来のIRTモデルは学習過程が一つの能力値 θ_j に依存する。一方、隠れマルコフIRTモデルは、ある課題 $i=L$ を終えるまでは、学習者の能力値は変化しているものの、課題への反応に顕在的な変化は見られないと仮定して、それまでの学習過程が能力値 θ_{j0} に依存するモデルである。そして課題 $i=L$ 以降は課題が進むごとに、能力値 θ_{jt} が直前の θ_{jt-1} に依存して確率的に変

化していくモデルである。このとき、 θ_{jt} の変動パラメータ δ を設定することで、 θ_j の変動を制限する。

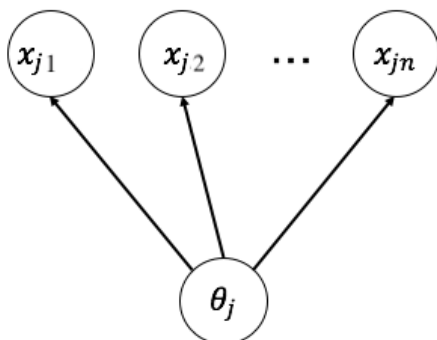


図 3: 従来の IRT モデル

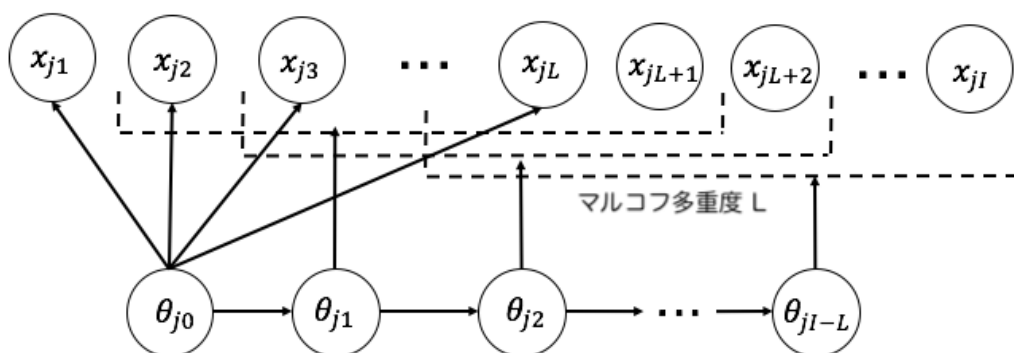


図 4: 隠れマルコフ IRT モデル

能力値 $\theta_{jt}(t = 1, \dots, I - L)$ の変動モデルには、音声認識や画像認識の分野でパラメータ推定の手法に用いられるスライディングウィンドウ方式 [12][13] を用いる。スライディングウィンドウは、ある小領域を設定し、一定の幅でずらしながら隠れ変数が影響する健在変数領域を決定する方法である。本モデルでは、課題数が少ない場合を想定し、課題 $i = L$ 以降の能力値推定において、推定に用いる学習課題の領域を 1 題ずつずらして行うことで、能力値の推移を考慮する。

提案モデルでは、学習過程において学習者の能力値に依存していると考えられる学習課題数 (マルコフ多重度) を L と設定する。学習過程における $\{t\}, (0, \dots, I -$

L) は,

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 0: \quad i = 1, \dots, L \text{ のとき} \\ t = 1: \quad i = 2, \dots, L + 1 \text{ のとき} \\ \quad \quad \quad \vdots \\ t = I - L: \quad i = I - L, \dots, I \text{ のとき} \end{array} \right. \quad (5.1)$$

とする．マルコフ多重度 L が小さい場合は能力値 θ_{jt} が直前の学習過程のみに影響するモデルとなり， L が大きい場合は1つの θ_{jt} が長い学習過程に影響するモデルとなる．

課題 i での学習者 j の能力値を θ_{jt} とすると，提案モデルでは時点 t において学習者 j が課題 i にヒント k で正答する確率 P_{ijtk} を次式で表す．

$$P_{ijtk} = P_{ijtk}^* - P_{ijtk-1}^* \quad (5.2)$$

$$P_{ijtk}^* = \frac{1}{(1 + \exp(-a_i(\theta_{jt} - b_{ik})))} \quad (5.3)$$

ただし，

$$\theta_{jt} \sim N(\theta_{jt-1}, \delta) \quad (5.4)$$

$$\theta_{j0} \sim N(0, 1) \quad (5.5)$$

ここで， $N(\mu, \sigma)$ は平均 μ ，標準偏差 σ の正規分布を表す．式(6)から δ は時間経過による能力の変動の大きさを表すパラメータとみなせる．提案モデルは，ダイナミックアセスメントにおいて，学習者の学習過程から学習者の能力値と課題へのパフォーマンスを予測することが重要な目的である．提案モデルのマルコフ多重度 L と能力値の変動パラメータ δ は，学習において学習者の学習過程と能力値 θ_{jt} の関係性を表す特徴的なパラメータであり，この2つのパラメータを変化させ

ることで、どのような学習にも柔軟に対応させることができる。マルコフ多重度 L が大きいほど、ある時点での能力値 θ_{jt} は長期間の学習過程に影響し、小さいほど短期間の学習に影響する。また、 δ が大きいほど能力値 θ_{jt} の変動が大きくなり、小さいほど能力値 θ_{jt} がほとんど変化しないモデルとなる。マルコフ多重度 L と変動パラメータ δ はトレードオフの関係にあり、学習に合わせて最適な L と δ の組み合わせを求める必要がある。 L と δ の違いによるモデルの詳しい説明と、本研究で用いる実験データにおける L と δ の最適値については、6章で述べる。

6 項目パラメータ推定

段階反応モデルのパラメータ推定には、一般に、ニュートンラフソン法やEMアルゴリズムを用いた周辺最尤推定 (Marginal Maximum Likelihood: MML) や最大事後確率推定 (Maximum A Posteriori: MAP) が用いられてきた。また、近年では、マルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を用いた期待事後確率推定 (Expected A Posteriori: EAP) の採用も一般的になりつつある。ニュートンラフソン法を用いた MAP 推定や MML 推定は、2母数ロジスティックモデルや段階反応モデルなどの単純なモデルを用いる場合や、大量のデータが得られている場合には高速に安定したパラメータ推定が可能であるが、複雑なモデルを扱う場合には推定精度が低下する。MCMC 法は、事後分布からのランダムサンプルを用いてパラメータを推定する手法であり、計算コストは高いが、本研究のようにモデルが複雑な場合やデータ数が少ない場合にも高精度なパラメータ推定を実現できる [15]。

ここで、各パラメータの集合をそれぞれ $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_{10}, \dots, \theta_{JI-L}\}$, $\mathbf{a} = \{a_1, \dots, a_I\}$, $\mathbf{b} = \{b_{11}, \dots, b_{IK-1}\}$, 各パラメータの事前分布をそれぞれ $g(\theta_{jt})$, $g(a_i)$, $g(b_{ik})$ と表す。

このとき、反応データ \mathbf{X} を所与としたパラメータの事後分布は以下のように

表せる.

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{a}, \mathbf{b} \mid \mathbf{X}) &\propto L(\mathbf{X} \mid \boldsymbol{\theta}, \mathbf{a}, \mathbf{b})g(\mathbf{a})g(\mathbf{b})g(\boldsymbol{\theta}) \\
&= \left[\prod_{t=0}^{I-L} \prod_{i=t+1}^{L+t+1} \prod_{k=1}^K (P_{ijtk})^{z_{ijk}} \right] \left[\prod_{i=1}^I g(a_i) \prod_{k=1}^K g(b_{ik}) \right] \left[\prod_{t=0}^{I-L} \prod_{j=1}^J g(\theta_{jt}) \right] \quad (6.1)
\end{aligned}$$

ここで,

$$z_{ijk} = \begin{cases} 1: & x_{ji} = k \\ 0: & \text{上記以外} \end{cases}$$

MCMC の手法のうち、ブロック化ギブス・サンプリング法とメトロポリスヘイスティングス法を組み合わせた手法 [14][15] でパラメータ推定を行う。以下に手順を示す。

1. 初めに、各パラメータの初期値を事前分布からランダムにサンプリングする。本研究では、各パラメータの事前分布はそれぞれ次のように設定する。

$$\log a_i \sim N(0.1, 0.4)$$

$$\theta_{j0} \sim N(0.0, 1.0)$$

$$\theta_{jt} \sim N(\theta_{jt-1}, \delta)$$

$$\mathbf{b}_i \sim MN(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$$

$$\boldsymbol{\mu} = \{-2.0, -1.0, 0.0, 1.0, 2.0\}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}[0.16, 0.16, \dots, 0.16]$$

2. $\boldsymbol{\theta}_j = \{\theta_{j0}, \dots, \theta_{jI-L}\}$ を現在のパラメータ値 $\boldsymbol{\theta}_j'$ に依存する提案分布 $q(\boldsymbol{\theta}_j \mid$

θ_j')にしたがってサンプリングし，以下の採択率に基づいて採択する．

$$\alpha(\theta_j | \theta_j') = \min \left(\frac{L(\mathbf{X}_j | \theta_j, \mathbf{a}, \mathbf{b}) \prod_{t=0}^{I-L} g(\theta_{jt})}{L(\mathbf{X}_j | \theta_j', \mathbf{a}', \mathbf{b}') \prod_{t=0}^{I-L} g(\theta'_{jt})} \right) \quad (6.2)$$

提案分布には $N(\theta_j', \sigma \mathbf{1}_{I-L})$ を用いる．ここで， $\mathbf{1}_n$ は $n \times n$ の単位行列を表す．本研究では， $\sigma = 0.01$ を所与とする．

3. パラメータ a_i と b_i についても上記と同様にサンプリングを行う．
4. 初期値の影響を無くすために，burn-in で設定した回数より前のサンプルは破棄する．また，自己相関を考慮し，得られたサンプルの thinning を行い，そのサンプル列の期待値を推定値とする．

提案モデルの MCMC アルゴリズムの擬似コードを Algorithm1 に示す．

7 評価実験

7.1 データ

評価実験では，プログラミング学習におけるトレース問題 13 項目についてプログラミング初学者の大学生 125 人を対象に学習してもらい，反応データを収集した．課題ごとのヒント数は全て 4 である．初めのヒントは図 2 の画面右側のように，プログラミングの基礎的な用語についての説明を提示する．ヒント提示後も誤答した場合には，画面左側のように，プログラムの各行の操作についての説明を順次提示していく．学習者がヒントなしで正答した場合には学習者の反応データを $x_{ji} = 0$ とし，最後のヒントが提示されても誤答した場合は $x_{ji} = 5$ とする．

Algorithm 1 MCMC algorithm

Given maximum chain length S , burn-in B , interval E
Initialize MCMC sample $A \leftarrow \phi$
Initialize $\theta^0, \mathbf{a}^0, \mathbf{b}^0$

- 1: **for** $s = 1$ to S **do**
- 2: **for** $j \in \{1 \dots J\}$ **do**
- 3: Sample $\theta_j^s \sim N(\theta_j^{s-1}, \sigma \mathbf{1}_{I-L})$
- 4: Accept θ_j^s with the probability $\alpha(\theta_j^s | \theta_j^{s-1})$
- 5: **end for**
- 6: **for** $i \in \{1 \dots I\}$ **do**
- 7: Sample $a_i^s \sim N(a_i^{s-1}, \sigma 1)$
- 8: Accept a_i^s with the probability $\alpha(a_i^s | a_i^{s-1})$
- 9: Sample $b_i^s \sim N(b_i^{s-1}, \sigma \mathbf{1}_{K-1})$
- 10: Accept b_i^s with the probability $\alpha(b_i^s | b_i^{s-1})$
- 11: **end for**
- 12: **if** $s \geq B$ and $s \% E = 0$ **then then**
- 13: $A \leftarrow (\theta^s, \mathbf{a}^s, \mathbf{b}^s)$
- 14: **end if**
- 15: **end for**
- 16: **return** average value of A

7.2 マルコフ多重度と変動パラメータの推定

5章で述べたとおり，提案モデルは，能力値 θ_{jt} が学習に影響する課題数 (マルコフ多重度) L の値によって異なるモデルとなる．モデルごとに項目パラメータ a_i, b_{ik} と学習者の能力の変動を反映する変動パラメータ δ の値が変化するため，実施するテストや学習ごとに最適な L を求める必要がある．この節では，マルコフ多重度 L を変化させ，周辺尤度 (Marginal Likelihood: ML)[16] を用いて，本実験で用いるデータに最適な L を求める．また，従来のIRTモデル ($L=13$) での周辺尤度の比較を行う．さらに，式 (6) における，時間経過による学習者の能力値の変動幅 δ を変化させ，能力値推定に最適な δ を求める．能力の変動パラメータ δ を 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0 と変化させ各モデルでの周辺尤度を求めた．実験結果を

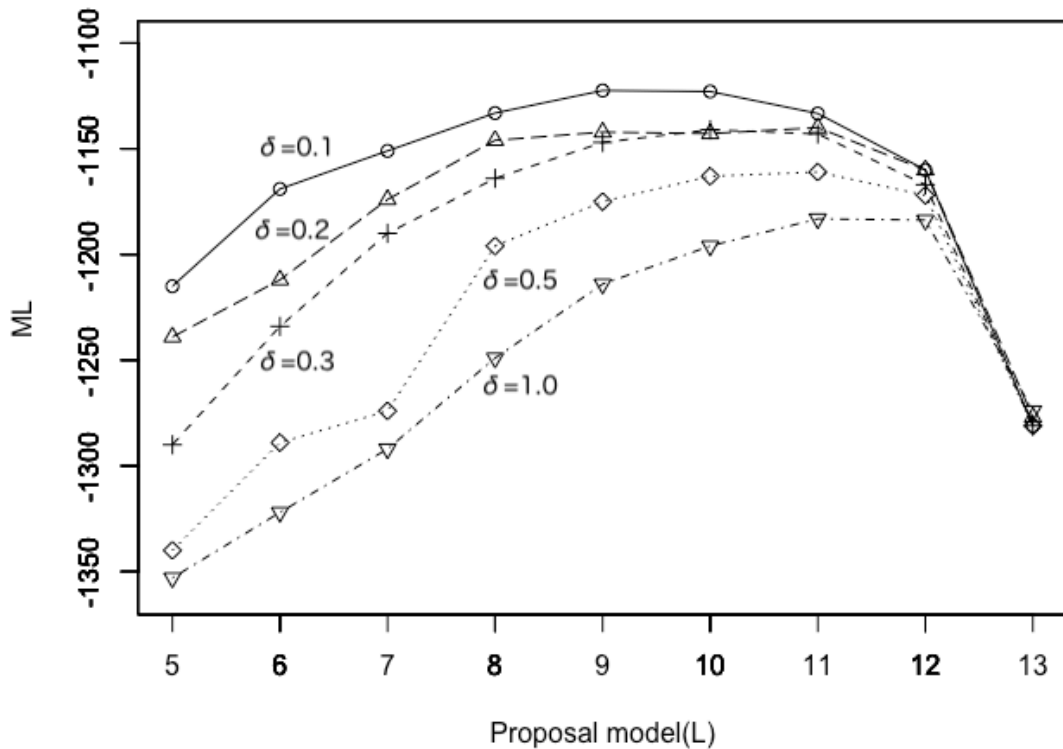


図 5: モデル (L) と δ ごとの周辺尤度比較

図 5 に示す．図 5 は横軸が提案モデル ($L = 5, \dots, L = 12$) と従来の IRT モデル ($L=13$)，縦軸が各条件での周辺尤度 (ML) の値を表し，周辺尤度の大きいモデルが反応データに対して最も適切なモデルであることを示す． $L = 13$ のモデルは全ての課題において能力値 θ_{jt} が固定されているモデルであるため，従来の段階反応モデルと同じモデルである．提案モデル ($L = 1, \dots, L = 4$) については $L = 5$ の場合よりさらに周辺尤度が低くなるため省略する．図 5 より，本実験で用いているデータには， $L = 9, \delta = 0.1$ としたモデルが最も周辺尤度が大きく，最適なモデルとして選ばれることが示されている．従来の IRT モデル ($L = 13$) は能力値の変動がないため， δ の値に関係なく周辺尤度が低い値となり，本実験のデー

タには適していないことがわかる。

マルコフ多重度 L と変動パラメータ δ の関係は以下の通りである。

1. L と δ が共に小さい

θ_{jt} が影響する課題数が少なく、能力の変動も起こらないため、それまでの学習過程に関係なく、 θ_{jt} がほとんど変化しないモデル。

2. L が小さく δ が大きい

直前の学習過程にのみ影響され、能力値の変動幅が大きいため、 θ_{jt} の急激な変動が起こるモデル。

3. L と δ が共に大きい

それまでの学習過程に強く影響を受け、 θ_{jt} が大きく変動するモデル。 θ_{jt} の変動をデータが正しく反映している場合に選ばれる。

4. L が大きく δ が小さい

それまでの学習過程の影響を受けて真の能力値の変化以上に θ_{jt} が過学習されやすい場合に、 θ_{jt} の急激な変動を抑制するモデル。課題数が比較的少ない場合に過学習を避けるために選ばれやすい。

本実験で選ばれた提案モデル ($L = 9, \delta = 0.1$) は (4) の場合にあたり、従来のIRTモデルでは過大または過小評価されている能力値 θ_j の値を、 δ を小さく設定することで、より真の値に近い能力値 θ_{jt} を求められることが示されている。以降の評価実験は $\delta = 0.1$ として行った。

7.3 能力値 θ の推定

従来のIRTモデルと提案モデルを用いて以下の方法で課題ごとに学習者 j の能力値 θ_{jt} を推定した。

1. 従来の IRT モデル

各課題 i において課題 1 から課題 $i - 1$ までの解答履歴を用いて、それぞれ期待事後 (Expected a posteriori:EAP) 推定法を用いて $\hat{\theta}_j$ を推定する.

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_j &= E[\theta_j | x_j] \\ &= \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \theta_j g(\theta_j) L(x_j | \theta_j) d\theta_j}{\int_{-\infty}^{+\infty} g(\theta_j) L(x_j | \theta_j) d\theta_j}\end{aligned}\tag{7.1}$$

実際には、式中の積分は区分求積法を用いて近似値を求める.

2. 提案モデル

能力値が固定されている区間は従来の IRT モデルと同様に (12) 式を用いて $\hat{\theta}_{j_0}$ の推定を行い、 $\hat{\theta}_{j_1}$ 以降は MCMC 法による EAP 推定値を使用した.

提案モデルでは、マルコフ多重度 L の値によって θ_{jt} の推定値が大きく異なる. L が大きい場合は、一つの θ_{jt} に依存する課題数が多くなるため、 θ_{jt} の推定値は学習過程の影響を受けやすく、学習過程によって変動が比較的大きくなる. L が小さい場合は、一つの θ_{jt} に依存する課題数が少ないため、推定値は θ_{jt} の事前分布 (変動パラメータ δ) の影響を受けやすくなり、学習過程に関係なく事前分布に基づいて θ_{jt} が推移するモデルとなる. 図 6 に、従来の IRT モデル、提案モデル ($L = 11, L = 9, L = 5$) を用いた課題 $i = 2, \dots, 13$ での能力推定値の平均を示す. 図 6 から、従来の IRT モデルは、課題によって θ_{jt} が急激に変化しており、初期の課題では推定値が過剰に変動している. 提案モデルでは、 L の値が小さいほど θ_{jt} の変動が小さく、推定能力値が安定していることが分かる. ただし、前述した通り、 L が小さすぎる場合は $L = 5$ の提案モデルのように学習過程をほとんど考慮せず、 θ_{jt} の推定値は変動パラメータ δ に支配されてしまう. 7.2 節より、実験データに対して $L = 9$ の提案モデルが最も適切なモデルであるということは、学習者の真の能力値 θ は従来の IRT モデルで推定された能力値ほど伸びていないと

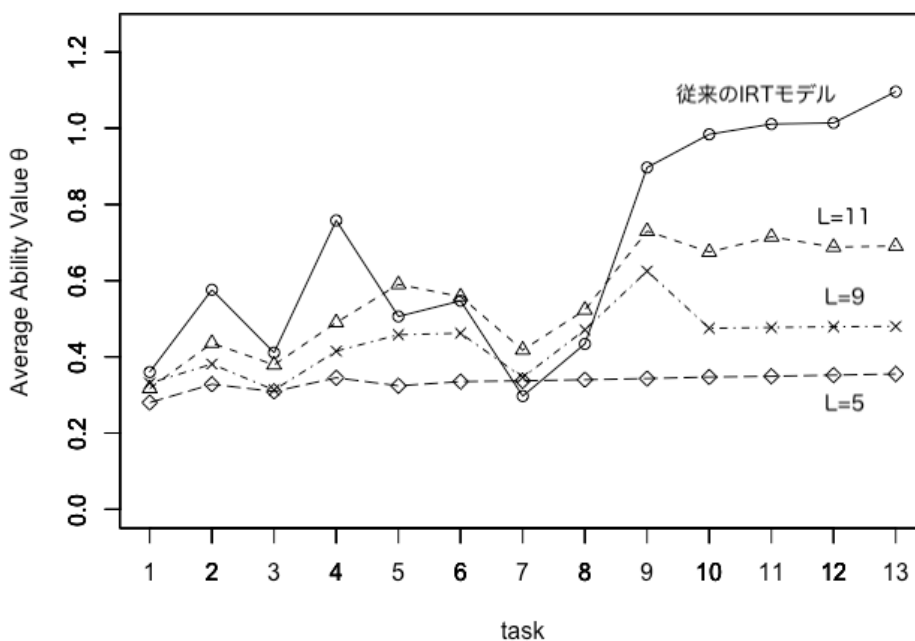


図 6: θ_j の推定値の平均

考えられる。このことから、従来の IRT モデルは能力値の時系列変化を考慮しないために、能力推定値が真の能力値より過大または過小評価されることが分かる。

7.4 課題パラメータ a_i とヒントパラメータ b_{ik}

段階反応モデルにおいて課題パラメータ a_i は学習者の能力値と課題 i の相関を表し、ヒントパラメータ b_{ik} は課題 i でヒント k が提示されたときの難易度を表す。実験データに最適なマルコフ多重度 $L = 9$ と変動パラメータ $\delta = 0.1$ の提案モデルを用いて課題パラメータ a_i とヒントパラメータ b_{ik} を推定し、従来の IRT モデルでの推定値と比較する。表 1 は、従来の IRT モデルと提案モデル ($L = 9$) を用いて推定した課題パラメータ a_i とヒントパラメータ b_{ik} を表す。従来の IRT モデルは、図 6 で示している通り、課題ごとに能力値の急激な変動が起りやす

く，課題と能力値の相関性が低いため，課題パラメータ a_i が低い推定値となる．また，全体的に推定能力値が高いため，課題の難易度が上がり，ヒントパラメータ b_{ik} の推定値が高いと考えられる．一方，提案モデルは，従来の IRT モデルでの能力の過剰評価を避けて能力値を安定させるため，課題と能力値の相関性が上がり，課題パラメータ a_i が高くなる．提案モデルでは推定能力値の変動が抑えられ全体的に低くなるので，課題の難易度が下がり，ヒントパラメータ b_{ik} の推定値は低くなると考えられる．

表 1: 課題パラメータ a_i とヒントパラメータ b_{ik}

従来の IRT モデル							L=9						
課題 i	a_i	b_{i4}	b_{i3}	b_{i2}	b_{i1}	b_{i0}	課題 i	a_i	b_{i4}	b_{i3}	b_{i2}	b_{i1}	b_{i0}
1	2.11	-1.09	-0.85	-0.58	-0.44	-0.38	1	2.19	-1.26	-1.00	-0.74	-0.62	-0.57
2	1.34	-1.98	-0.91	-0.40	0.08	0.49	2	1.60	-1.96	-1.13	-0.77	-0.41	-0.07
3	0.83	-0.81	-0.52	-0.21	-0.03	0.06	3	1.41	-0.67	-0.66	-0.63	-0.62	-0.60
4	1.73	-1.04	-0.83	-0.54	-0.41	-0.35	4	2.54	-1.08	-1.06	-1.04	-1.02	-1.00
5	0.80	-1.75	-1.03	-0.07	1.05	1.16	5	2.01	-0.84	-0.50	0.00	0.58	0.61
6	0.85	-1.90	-0.75	0.17	0.81	1.43	6	1.99	-0.97	-0.38	0.13	0.44	0.76
7	0.32	-1.08	-0.71	-0.13	0.34	0.57	7	0.77	-0.65	-0.63	-0.62	-0.60	-0.59
8	0.75	-2.04	-0.86	0.37	1.07	1.62	8	1.39	-1.26	-0.47	0.31	0.75	1.05
9	0.85	-1.48	-0.92	-0.17	0.35	0.59	9	1.50	-1.06	-0.82	-0.48	-0.24	-0.10
10	1.87	-1.02	-0.84	-0.59	-0.43	-0.37	10	2.17	-1.14	-1.12	-1.09	-1.07	-1.06
11	1.72	-0.76	-0.62	-0.44	-0.30	-0.24	11	1.88	-1.02	-0.99	-0.96	-0.94	-0.92
12	0.99	-1.59	-0.77	-0.18	0.09	0.53	12	1.59	-1.21	-0.77	-0.45	-0.30	0.00
13	1.80	-1.10	-0.85	-0.41	-0.11	0.06	13	1.77	-1.27	-1.04	-0.61	-0.38	-0.23

7.5 予測ヒント数の精度

学習者が効率的に学習できる足場がけを行うためには、学習者にヒントを与えた後のパフォーマンスを予測することが必要となる。この章では、推定した能力値 θ_{jt} を用いて、次の課題で各ヒント k を与えた場合の正答確率を段階反応モデルで予測し、最も正答確率が高いヒント k を予測ヒント利用数として、実際に学習者が利用したヒント数と一致するかどうかをモデルを変えて比較した。また、従来のダイナミックアセスメントの [7] 手法として、各課題において学習者がそれまでに利用したヒント数の平均を次の課題での予測利用ヒント数とする手法でも比較を行った。従来の IRT モデル、提案モデル ($L = 5, \dots, L = 12$)、従来の

表 2: 予測利用ヒント数の期待値と実際の利用ヒント数の平均値比較

	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10	i=11	i=12	i=13	Average
実際のヒント数の平均	0.70	0.96	0.28	1.68	1.74	1.40	1.96	1.06	0.32	0.44	1.00	0.54	1.01
従来の IRT モデル	1.68	1.94	1.37	2.10	2.34	2.53	2.58	2.18	1.32	0.94	1.51	1.33	1.82
L=12	1.40	1.58	1.17	2.08	2.23	2.19	2.47	1.93	1.27	0.86	1.28	1.12	1.63
L=11	1.38	1.48	1.13	2.04	2.13	1.97	2.38	1.85	1.21	0.85	1.43	1.13	1.58
L=10	1.33	1.46	1.09	1.94	2.08	1.90	2.32	1.79	1.18	0.92	1.44	1.16	1.55
L=9	1.30	1.47	1.07	1.87	2.06	1.93	2.32	1.75	0.80	0.96	1.44	1.23	1.52
L=8	1.27	1.44	1.04	1.80	2.04	1.95	2.28	1.47	0.79	0.94	1.55	1.34	1.49
L=7	1.24	1.43	1.05	1.81	2.04	1.83	2.25	1.46	0.80	0.96	1.45	1.28	1.47
L=6	1.20	1.40	1.05	1.74	2.06	1.83	2.25	1.47	0.80	0.95	1.48	1.26	1.46
L=5	1.24	1.41	1.04	1.84	2.06	1.85	2.25	1.47	0.79	0.94	1.48	1.19	1.46

ダイナミックアセスメントの手法を用いて、次の課題での利用ヒント数を予測したところ実際の利用ヒント数と一致する割合は、従来の IRT モデル、提案モデル ($L = 5, \dots, L = 12$) はともに 82.1%，従来のダイナミックアセスメントの手法は 15.1%であった。過去に利用したヒント数の平均で予測する従来のダイナミックアセスメントの手法では、学習者のパフォーマンスをほとんど予測できていないことが分かった。

次に、上の各手法を用いて、課題ごとに予測利用ヒント数の期待値を求め、実際に学習者が利用したヒント数の平均値と比較した。利用ヒント数の予測は課題

2 から行った。課題 i で学習者が利用する予測ヒント数の期待値 \hat{x}_i は (2) 式を用いて以下の式で求める。

$$\hat{x}_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{k=0}^{K-1} k P_{ijtk} \quad (7.2)$$

結果を表 2 に示す。表 2 は予測ヒント数の期待値が実際の利用ヒント数の平均値に近いほど、各ヒントを提示したときの正答確率を正しく予測しているモデルであることを表している。表 2 から提案モデルでは、全ての課題で従来の IRT モデルより実際に必要とされたヒント数に近い期待値を求めていることが分かる。7.4 節で示した通り、従来の IRT モデルは提案モデルと比べて、能力推定値が高いものの、課題の難易度を表すヒントパラメータ b_{ik} の値が高いため、予測利用ヒント数が多くなっている。この理由は、従来の IRT モデルでは、見かけ上の能力推定値は高く推定しているが、課題、ヒントの難易度パラメータが高く推定されているため、正答確率が低めに予測される。従来 IRT モデルでは学習者の能力値を固定しているのに対して、提案 IRT モデルでは学習者の能力値の変化をとらえることができるので正答確率の予測値に差がでたことがわかる。

さらに、従来の IRT モデル、周辺尤度が最も高かった提案モデル ($L = 9$) について、7.3 節で推定した能力値 θ_{jt} を用いて課題 2 以降で予測した利用ヒント数の期待値と実際に利用されたヒント数の誤差 ϵ_i を以下の式で求めた。

$$\epsilon_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sqrt{(x_{ji} - \hat{x}_{ji})^2} \quad (7.3)$$

横軸を課題数、縦軸を予測ヒント数の誤差として、2つの手法で求めた結果をグラフ図 7 に示す。図 7 より、提案モデル ($L = 9$) は従来の IRT モデルに対して、ほぼ全ての課題で誤差が減少していることが分かる。課題 8 のみで、従来 IRT モデルの誤差が提案手法よりも小さくなっている。図 6 より、従来モデルでは、課

題7で過小評価し、課題9で過大評価しているのので、その変化過程で偶然に妥当な能力推定値を得たと考えられる。

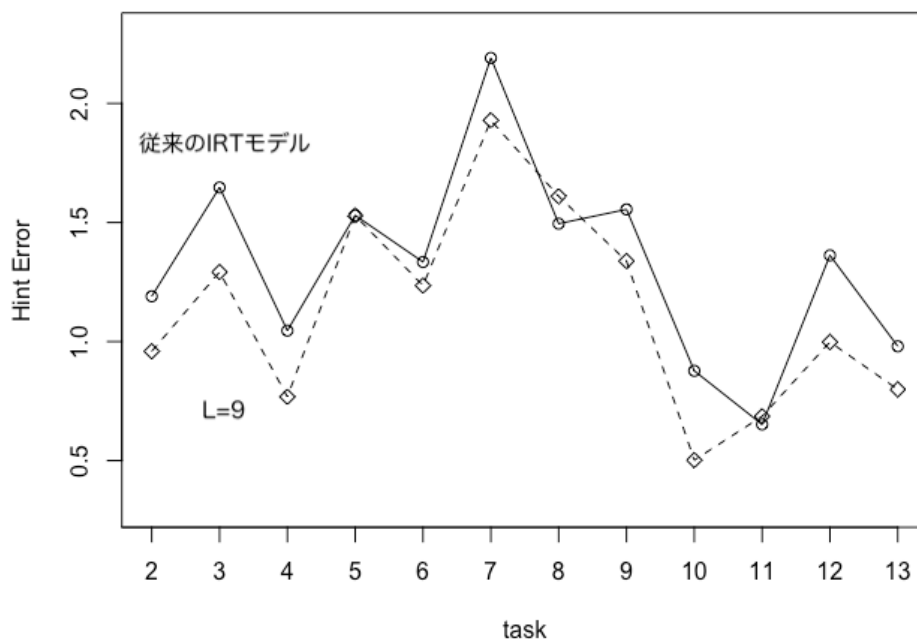


図 7: ヒントの予測利用数の誤差 ϵ_i

7.6 ヒントごとの予測正答確率

従来 IRT モデルと提案モデルでは予測正答確率が異なることが7.5で示された。この節では、どちらの予測の精度が高いのかを比較するため、従来 IRT モデルと提案モデル ($L = 9$) でヒントごとの予測正答確率を求め、実際の正誤反応との誤差 ϵ_k を比較する。

$$\epsilon_k = \frac{1}{JI} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \sqrt{(z_{jik} - P_{ijtk})^2} \quad (7.4)$$

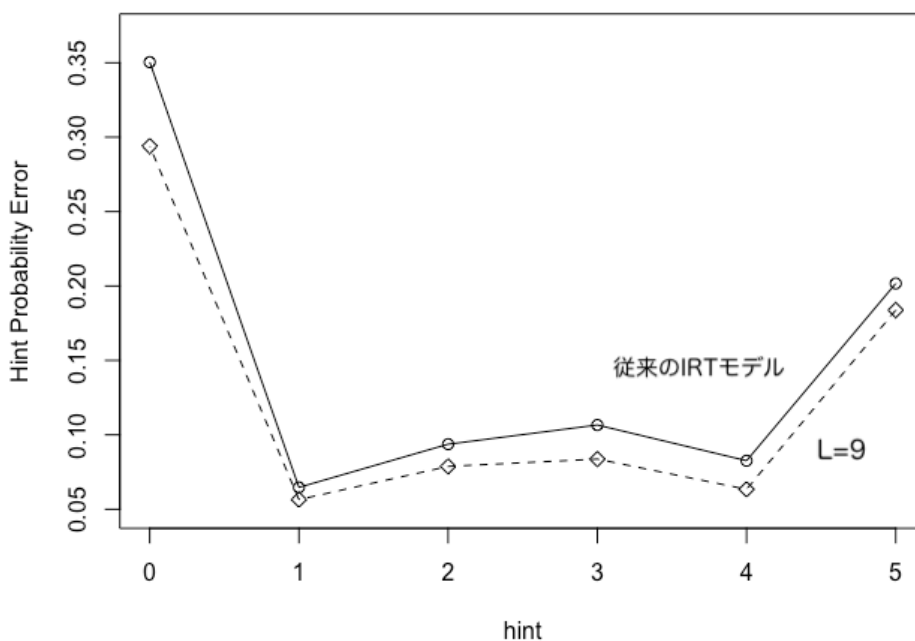


図 8: ヒントごとの予測正答確率の誤差 ϵ_k

z_{jik} は学習者 i が課題 j のヒント k で正答したとき $z_{jik} = 1$ となり、誤答した場合は $z_{jik} = 0$ である。ヒントごとの予測正答確率の誤差を比較することで、学習者のパフォーマンスをより正確に予測しているモデルを知ることができる。図8は横軸がヒントの数、縦軸がヒントごとの予測正答確率の誤差を表す。ここで、ヒント ($k = 0$) は学習者が課題をヒントなしで正答する確率を表し、ヒント ($k = 5$) は学習者が全てのヒントを利用して誤答する確率を表す。図8より、各ヒントの予測正答確率の誤差は従来のIRTモデルより提案モデルの方が減少しており、予測精度が向上することが示されている。植野ら [10] によれば、誤答した学習者には予測正答確率が0.5となるようなヒントを与えることで最も学習効果が期待できる。提案モデルによって各ヒントでの予測正答確率の精度を向上させることで、より学習者に最適なヒントを与えることが可能となる。また、7.5の結果よ

り，従来のIRTにより最適ヒントを選択すると，若干過剰にヒントを提示してしまうことになることがわかった．

8 むすび

本論文では，学習者の能力が学習過程において変化していくプロセスを項目反応理論に組み込み，学習者の能力が隠れマルコフ過程に従って変動すると仮定した，新しい隠れマルコフIRTモデルを提案した．隠れマルコフIRTモデルでは，従来のIRTモデルにおいて，学習過程によって学習者の能力値が過大評価または過小評価されることを避けるために，学習過程における能力値の変動幅を反映する変動パラメータ δ と，学習過程において学習者の能力値に依存していると考えられる学習課題数(マルコフ多重度) L をパラメータとして新たに導入した．マルコフ多重度 L と変動パラメータ δ をデータから最適化することによって，さまざまな学習過程を表現することが可能となる．本論文では，提案モデルを用いた実験によって以下を示した．

1. 従来のIRTモデルと提案モデルでの周辺尤度の比較では，課題数の少ない実験データには，従来のIRTモデルでの過学習を避ける提案モデル($L = 9, \delta = 0.01$)が最も適切なモデルであることを示した．
2. 実験データに提案モデルを適用することにより，従来のIRTモデルでの能力推定値より安定した能力推定値を得られることを示した．
3. さらに，データに対して適切な能力の変動パラメータ δ とマルコフ多重度 L を用いることで，予測利用ヒント数の誤差が減少し，学習者のパフォーマンスの予測精度が向上することを示した．また，従来のIRTモデルでは支援が若干過剰気味になることを示した．

提案モデルはマルコフ多重度 L と変動パラメータ δ を調節することで、長期の学習にも適応させることができる。従来の IRT モデルは、長期の学習においては、初期の学習も考慮して能力値を評価するため、学習が進むにつれて学習者の能力値が過小評価されている可能性が高い。このため、提案モデルを用いて、学習途中でマルコフ多重度 L や変動パラメータ δ を変更し、学習に合わせて順次最適なモデルを選択できればより真の能力値に近い評価をすること期待できる。また、本研究で用いた実験データは短期間の学習であったために、課題 L 以降の能力値を 1 題ずつ変動させるモデルとしたが、長期の学習においては、1 題ごとでは能力値の変化がほとんど起こらない可能性があるため、能力値が変動する間隔を 2 題以上にするなど、さらに柔軟なモデルに発展させることを今後の課題としたい。

参考文献

- [1] L.S. Vygotsky, Thought and language, Cambridge, MA: MIT Press ,1962.
- [2] L.S. Vygotsky, Mind in society, Cambridge, MA: MIT Press ,1978.
- [3] J.S.Bruner, ” Theroleofdialogueinlanguageacquisition,” InA.Sinclair, R.J. Jarvelle, and W.J.M. Levelt, (Eds.) The Child’ s Concept of Language, New York: Springer - Verlag,1978.
- [4] D.J. Wood, J.S. Bruner, and G. Ross, ” The role of tutoring in problem solving,” Journal of Child Psychiatry and Psychology, vol. 17, no. 2, 1976, pp. 89- 100.
- [5] A. Collins, J.S. Brown, and S.E. Newman, Cognitive apprenticeship: Teaching the craft of reading, writing and mathematics, (Technical Report No. 403), BBN Laboratories, Cambridge, MA. Center for the Study of Reading, University of Illinois. January ,1987.

- [6] A. Brown and R. Ferrara " Diagnosing zones of proximal development," In J. Wertsch (Ed.), Culture, communication, and cognition: Vygotskian perspectives, pp.273- 305, Cambridge, England, Cambridge University Press,1985.
- [7] D. Wood, " Scaffolding contingent tutoring and computer-supported learning," International Journal of Artificial Intelligence in Education, 2001, pp. 280 - 292.
- [8] F.M. Lord, Applications of item response theory to practical testing problems, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc,1980.
- [9] F.B. Baker, and S. Kim, Item Response Theory: Parameter Estimation Techniques, Second Edition, NY: Marcel Dekker, Inc,2004.
- [10] M. Ueno and Y. Miyazawa,"IRT-based adaptive hints to scaffold learning in programming", IEEE Transactions on Learning Technologies ,vol.14,no. 8,2015.
- [11] F. Samejima, " Estimation of latent ability using a response pattern of graded scores," Psychometric Monograph, pp. 17 ,1969.
- [12] S.Impedovo,A. Ferrante and R Modugno,"HMM Based Handwritten Word Recognition System by Using Singularities",Document Analysis and Recognition, 2009. ICDAR '09. 10th International Conference on,2009.
- [13] J.Ortiz, A.G.Olaya and D. Borrajo,"A Dynamic Sliding Window Approach for Activity Recognition"UMAP'11 Proceedings of the 19th international conference on User modeling, adaption, and personalization,pp.219-230,2011.
- [14] R. J. Patz and B. W. Junker, "Applications and extensions of MCMC in IRT: Multiple item types, missing data, and rated responses," J. Edu. Behavioral Statist., vol. 24, pp. 342 - 366, 1999.
- [15] M.Uto and M.Ueno,"Item Response Theory for Peer Assessment",IEEE Transactions on Learning Technologies ,no.2,pp.157-170,2016.

- [16] A.E.Raftery, M.A.Newton, J.M.Satagopan and P.N.Krivitsky, "Estimating the integrated likelihood via posterior simulation using the harmonic mean identity", *Bayesian Statistics*, no. 8, pp.1-45, 2007.