

離散数学第 5 回演習問題類題

2016 年 5 月 19 日

1

以下の集合演算を命題論理を用いて証明せよ .

任意の集合 A, B, C に対して

$$A \subseteq B \text{ ならば } C - B \subseteq C - A$$

2

任意の集合 A, B, C に対して ,

$$A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ かつ } A \subseteq C$$

3

以下の置換型記法を内包的記法による述語に書き換えよ .

(1) $A = \{n^2 - 4n + 4 \mid n \in \mathbb{Z}\}$

(2) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$ のときの ,
 $B = \{r^3 \mid r \in D\}$

4

$U = \{1, 2, 3, 5\}$, $V = \{1, 2, 5, 8, 10\}$ とし, それぞれの部分集合を $S = \{n \in U \mid n \text{ は奇数}\}$, $T = \{n \in V \mid n \text{ は偶数}\}$ とする. 直積 $U \times V$ を普遍集合とし, 次を示す集合を外延的記法で示せ.

(1) $\{(x, y) \mid x + y \leq 2\}$

(2) $\{2, 5\} \times \mathbf{S}$

(3) $\{(x, y) \mid y = x^2\}$

(4) $S \times T$

(5) $S^c \times T$

5

任意の集合 A, B, C に対し,

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

が成り立つことを証明せよ.

6

$U = \{n \mid n = 2k, 1 \leq k \leq 5\}$ の冪集合 $\mathcal{F}(U)$ を外延的記法で示せ.

7

次の集合系について, 共通部分と和集合を求めよ.

(1) $\langle A_n \mid n \in \mathbb{Z} \rangle, A_n = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x \leq 1/n\}$

(2) $\langle B_n \mid n \in \mathbb{Z} \rangle, B_n = \{x \in \mathbb{R} \mid (x \geq 2n) \wedge (x < n + 1)\}$