

離散数学第 2 回演習問題類題

2016 年 4 月 20 日

1 次の集合の外延的記法で書け .

(1) $A = \{n \mid 10 \leq n \leq 30, n \in \mathbb{N}, n \text{ は偶数} \}$

(2) $B = \{n \mid n = 2k - 1, k \in \mathbb{N}, k \text{ は奇数} \}$

(3) $C = \{x \mid 2x^2 - x - 3 \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$

(4) $D = \{x \mid 5x^2 - 11x + 2 = 0, x \in \mathbb{N}\}$

2

次の集合を内包的記法で書け .

(1) $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

(2) $B = \{\dots, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots\}$

(3) $C = \{0, 3, 8, 15, 24, 35, 49, 63\}$

(4) $D = \{0, 2, 4, 8, 16, \dots\}$

3

次の数について、数の集合 $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ に属するか属さないかを \in, \notin を用いて表現せよ。

(1) $\sqrt{4}$

(2) $1/3$

(3) -10

(4) $\sqrt{2} + i$

4 次の数式を日本語で表せ .

(1) $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 \geq 0$

(2) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq 0$

(3) $\exists n \in \mathbb{N}, \sqrt{2n} \in \mathbb{N}$

(4) $\forall x \in \mathbb{N}, 1/x \in \mathbb{R}$

(5) $\forall x \in \mathbb{Z}, \forall y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 \geq 0$

(6) $\forall a \in \mathbb{Z}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq a$

(7) $\exists a \in \mathbb{R}, \exists b \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, ax + b = 0$

(8) $\forall a \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, |\sin x| < a$

5 次の日本語を全称記号 , 存在記号を用いて表せ .

(1) 実数の中には , 2 乗すると自然数にならない数が存在する .

(2) すべての整数 x について , $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ が成り立つ .

(3) 0 と異なる任意の実数 x について , $xy = 0$ となる実数 y が存在する .

(4) 任意の整数 n に対し , $n + a \geq n$ となる定数 a が整数の中に存在する .

(5) 複素数の中には , 2 乗すると負になる数が存在する .

(6) すべての自然数 x について , $e^x > 0$ である .

(7) 任意の自然数 x に対し , $x^2 + 4x + 4 > a$ となる定数 a が自然数の中に存在する .

(8) 任意の自然数 a に対し, $x^2 + 4x + 4 > a$ となる有理数 x が存在する.

6

(1) $A = \{a, b, c, d\}$ に対して, A の部分集合をすべて挙げよ. また, A の部分集合の中で, $\{a\} \in X$ となる集合 X をすべて求めよ.

(2) 命題 $A = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 10\}$ に対して, $A \subseteq B$ が成り立たないことを証明せよ.

7

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$, $A = \{1, 3, 7, 9\}$, $B = \{5, 7\}$ のとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $A \cup B$

(2) $A \cap B$

(3) A^c, B^c

(4) $A - B$

8

$U = \{-15 \leq n \leq -1, n \in \mathbb{Z}\}$ を全体集合とし, 部分集合 $A = \{a \mid a \text{ の絶対値は素数} \}$, $B = \{b \mid b \text{ は奇数} \}$, $C = \{c \mid c \text{ は } 3 \text{ の倍数} \}$ を考える. 以下の要素を列挙せよ.

(1) A, B, C

(2) $B \cup C$

(3) $B \cap C$

(4) \bar{A}

(5) $\overline{A \cup C}$

(6) $\bar{B} \cap C$

(7) $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

9

(1) 「私のパソコンの値段は、20万円以上であり、かつ、重量は4kg以上」ということはない。

(2) この車は赤いか、または青くない。

(3) 「すべての人が車を持っている」とは限らない。

(4) 「車を持っていない人がいる」ということはない。

(5) (3), (4) について全称記号 \forall , 存在記号 \exists を用いて書け。