

◆第 13 回の問題 1, 2, 3, 4 ◆

- 1  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  上の関係  $R$  について  $R \ni (a, b)$  のとき,  
 $aRb: a = b$  とすると, 関係行列と有向グラフを書け.

このときの関係行列  $R$  は次のように表わされ, 図 1 に示す有向グラフが得られる.

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



図 1 問題 1 における有向グラフ

- 2  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  上の冪集合  $2^A$  上の関係  $R$  について  $X, Y \in 2^A$  のとき,  
 $XRY: X \subseteq Y$  とすると, 関係行列と有向グラフを書け.

このときの冪集合  $2^A$  は

$$2^A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}\}$$

したがって, 関係行列  $R$  は次のように表わされ, 図 2 に示す有向グラフが得られる.

	$\Phi$	{1}	{2}	{3}	{4}	{1,2}	{1,3}	{1,4}	{2,3}	{2,4}	{3,4}	{1,2,3}	{1,2,4}	{1,3,4}	{2,3,4}	{1,2,3,4}
$\Phi$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
{1}	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
{2}	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
{3}	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
{4}	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
{1,2}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
{1,3}	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
{1,4}	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
{2,3}	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
{2,4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
{3,4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
{1,2,3}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
{1,2,4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
{1,3,4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
{2,3,4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
{1,2,3,4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

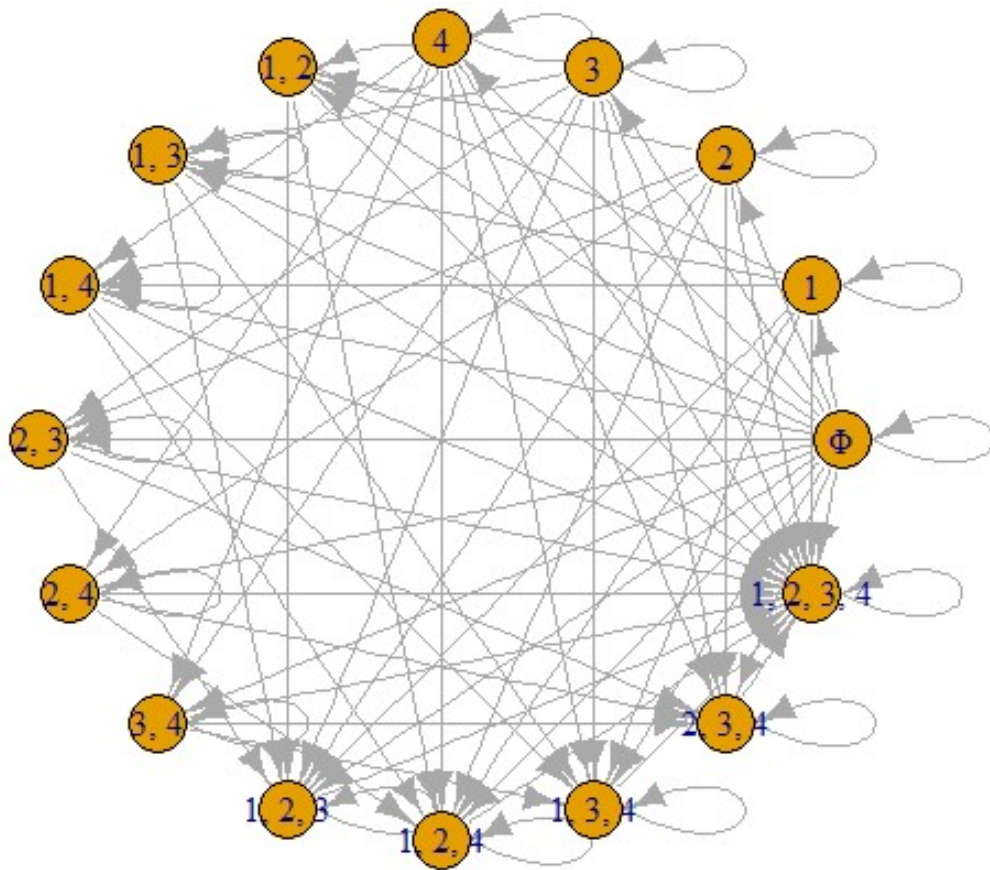


図 2 問題 2 における有向グラフ

3  $A = \{1,2,3,4,5\}$  上の関係  $R$  について  $x, y \in A$  のとき,  
 $xRy: x \leq y$  とすると, 関係行列と有向グラフを書け.

このときの関係行列  $R$  は次のように表わされ, 図 3 に示す有向グラフが得られる.

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

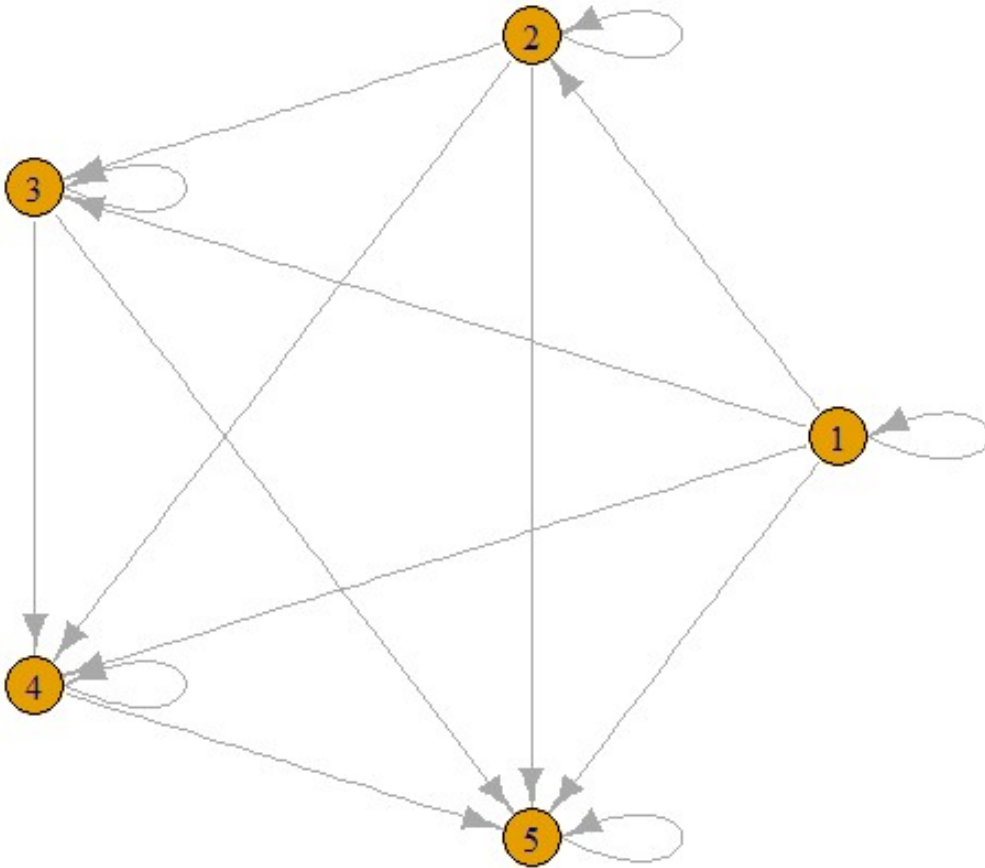


図 3 問題 3 における有向グラフ

- 4  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  上の関係  $R$  について  $R \ni (a, b)$  のとき,  $aRb$ :  $a$  は  $b$  の約数であるとする, 関係行列と有向グラフを書け.

このときの関係行列  $R$  は次のように表わされ, 図 4 に示す有向グラフが得られる.

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

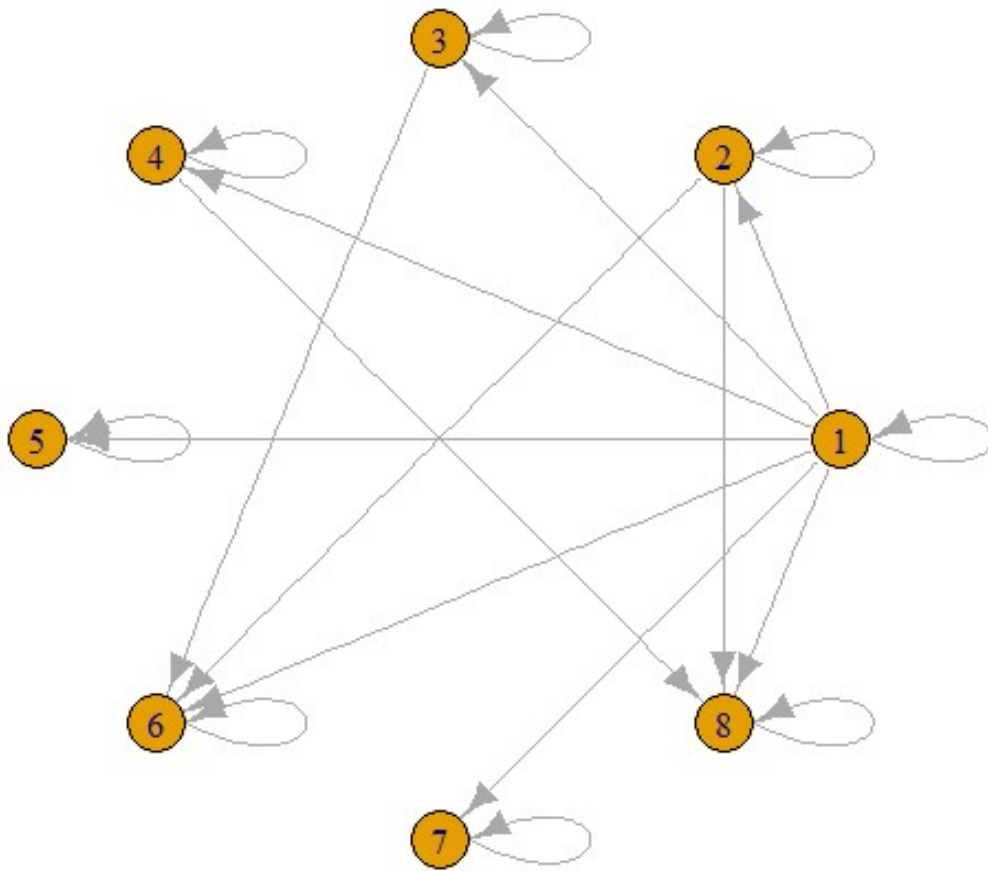


図 4 問題 4 における有向グラフ