

離散数学第 4 回演習問題類題

2016 年 5 月 12 日

1

$U = \{x \mid x = 2k, x \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5\}$, $P_1(x) \Leftrightarrow "x \leq 10"$, $P_2(x) \Leftrightarrow "x > 2"$,
 $P_3(x) \Leftrightarrow "x > 3"$, $P_4(x) \Leftrightarrow "x^2 - 4x + 4 = 0"$.

(1) 次の述語の真理集合を外延的記法で示せ.

(a) $P_1(x)$

(b) $P_2(x)$

(c) $\neg P_4(x)$

(d) $P_2(x) \wedge \neg P_4(x)$

(e) $P_1(x) \vee P_4(x)$

(f) $P_3(x) \wedge P_4(x)$

(2) 次の文が「必要十分条件である」, 「十分条件だが必要条件ではない」, 「必要条件だが十分条件ではない」, 「十分条件でも必要条件でもない」のどれに当てはまるか文を完成させよ.

(a) $P_2(x)$ は $P_1(x)$ の

(b) $P_2(x)$ は $\neg P_4(x)$ の

(c) $P_1(x)$ は $P_2(x) \wedge \neg P_4(x)$ の

(d) $P_4(x)$ は $P_1(x) \vee P_4(x)$ の

(e) $P_1(x) \wedge P_3(x)$ は $P_3(x) \vee P_4(x)$ の

(f) $P_2(x)$ は $P_3(x) \wedge P_4(x)$ の

(g) $P_2(x)$ は $P_4(x)$ の

(h) $P_1(x) \vee P_4(x)$ は $P_1(x)$ の

2

変数 $x \in \mathbb{R}$ について，以下の述語の否定命題を書け．

1. $\forall x \in \mathbb{R}(x^2 - 4x + 4 = 0)$

2. $\forall x \in \mathbb{R}(x^2 - 9x + 20 > 0)$

3. $\forall x \in \mathbb{R}(x > -1 \wedge x < 10)$

4. $\exists x \in \mathbb{R}(x^2 - 4x + 4 = 0)$

5. $\exists x \in \mathbb{R}(x^2 - 9x + 20 > 0)$

6. $\exists x \in \mathbb{R}(x > -1 \wedge x < 10)$

3

$x \in \mathbb{R}$ についての次の命題の真偽を答えよ。偽の場合は、その否定命題を述べ、それが真であることを証明せよ。

1. $x \in \mathbb{R}(x^2 - 3x + 2 \geq 0)$

2. $x > \pi \rightarrow x > 3$

3. $x^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2}$

4. $x < 2 \rightarrow x^2 = 4$

4

自由変数 $x \in \mathbb{R}$ について、 $P(x) = "x^2 > 4"$ 、述語 $Q(x) = "x > 5"$ について、以下の証明が成り立たないことを証明せよ。

$$\forall x \in \mathbb{N}[P(x) \rightarrow Q(x)]$$